

# ΒΣ ΒΡΑΣΜΟΣ & ΣΥΜΠΥΚΝΩΣΗ

Θοδωρής Καραπάντσιος

## ΒΣ.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται αναφορά στις πιο γνωστές διεργασίες αλλαγής φάσης (phase-change processes): την εξάτμιση και την αντίστροφη αυτής διεργασία της συμπύκνωσης. Τόσο ο βρασμός, όσο και η συμπύκνωση είναι φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα συνήθως στην διεπιφάνεια στερεού–υγρού. Και στα δυο φαινόμενα σημαντικό ρόλο παίζει η λανθάνουσα θερμότητα που εκλύεται ή απορροφάται με την αλλαγή φάσης.

Όπως και στην απλή συναγωγή, ο συντελεστής μετάδοσης θερμότητας,  $h$ , χρησιμοποιείται για την συσχέτιση της θερμοροής με την διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ της θερμαινόμενης επιφάνειας και του κορεσμένου υγρού.

$$q = hA(T_s - T_{sat}) \quad (\text{ΒΣ.1})$$

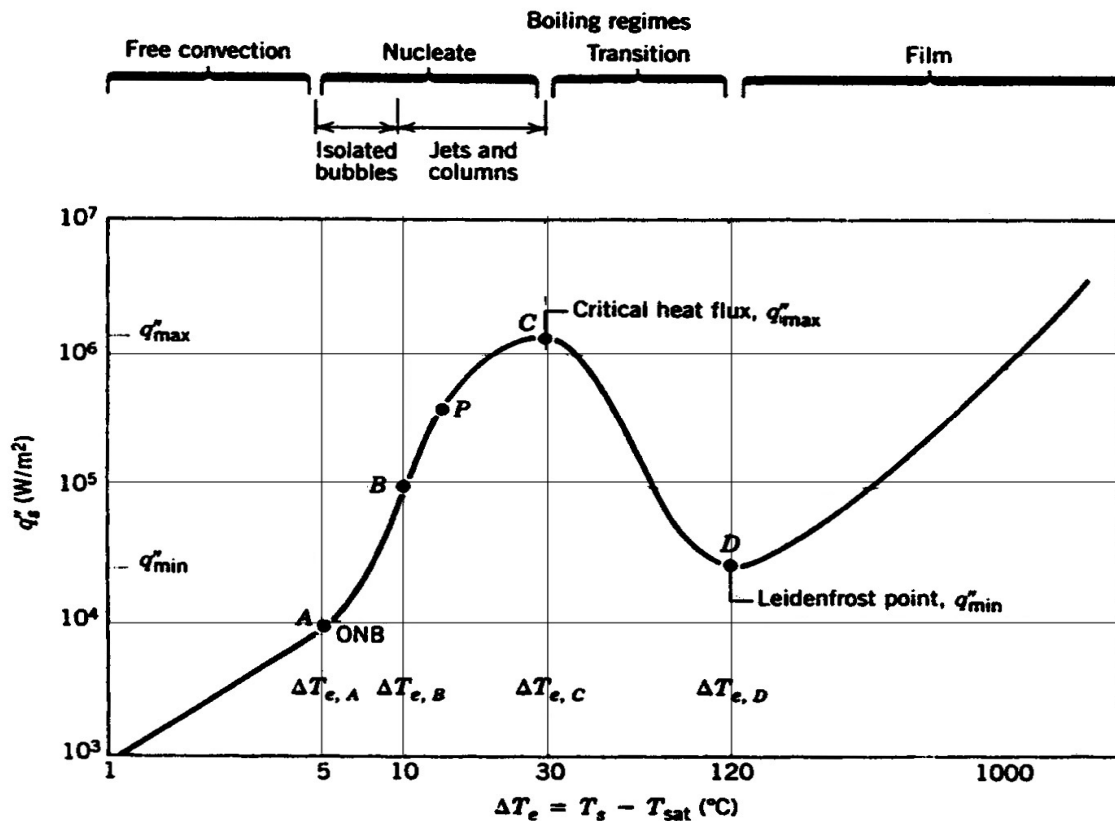
Ωστόσο, οι διεργασίες αλλαγής φάσεως περιλαμβάνουν μεταβολές στην πυκνότητα, το ιξώδες, την ειδική θερμότητα και θερμική αγωγιμότητα του υγρού και η λανθάνουσα θερμότητα του υγρού είτε ελευθερώνεται [συμπύκνωση (condensation)] είτε απορροφάται [εξάτμιση (vaporization)], με αποτέλεσμα ο συντελεστής μετάδοσης θερμότητας κατά την εξάτμιση και την συμπύκνωση να είναι πιο πολύπλοκος από ό,τι στις διεργασίες συναγωγής που αφορούν μια φάση. Εξαιτίας αυτού του γεγονότος, οι περισσότεροι υπολογισμοί που αφορούν φαινόμενα βρασμού και συμπύκνωσης γίνονται βάσει εμπειρικών συσχετίσεων.

Κατά την αλλαγή φάσης η πιο σημαντική μεταβλητή είναι η λανθάνουσα θερμότητα. Εκτός από την λανθάνουσα θερμότητα,  $h_{fg}$ , δυο ακόμη μεταβλητές παίζουν σημαίνοντα ρόλο στα φαινόμενα αυτά: η επιφανειακή τάση  $\gamma$  (surface tension) στην διεπιφάνεια υγρού–ατμού και η διαφορά πυκνότητας μεταξύ των δυο φάσεων. Η εν λόγω διαφορά προκαλεί μια ανωστική δύναμη που είναι ανάλογη του  $g(\rho_l - \rho_v)$ . Εξαιτίας των συνδυασμένων επιδράσεων φαινομένων αλλαγής φάσης και ανωστικών δυνάμεων μπορούν να επιτευχθούν μεγάλοι ρυθμοί μετάδοσης θερμότητας μέσω βρασμού ή συμπύκνωσης με μικρές διαφορές θερμοκρασίας.

## ΒΣ.2 Φαινόμενα Βρασμού

Έστω ότι έχουμε έναν περιέκτη με νερό, ο πυθμένας του οποίου θερμαίνεται με την βοήθεια μιας θερμαινόμενης πλάκας. Για χαμηλές ροές θερμικού φορτίου παρατηρείται ο σχηματισμός ατμού στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού εξάτμισης. Αυξάνοντας την θερμοροή, πάνω στην θερμαινόμενη επιφάνεια (πυθμένας δοχείου) παρατηρείται η δημιουργία φυσαλίδων, οι οποίες αλλάζουν μέγεθος καθώς ανέρχονται προς την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού, όπου εξακολουθεί να συμβαίνει και η προαναφερθείσα εξάτμιση προς το περιβάλλον. Η δημιουργία φυσαλίδων, με την αναταραχή που την συνοδεύει, καλείται βρασμός (boiling). Με άλλα λόγια, βρασμός είναι η αλλαγή φάσης από υγρό σε αέριο που λαμβάνει χώρα σε διεπιφάνεια στερεού–υγρού, όταν η θερμοκρασία της επιφάνειας  $T_s$  είναι μεγαλύτερη από την θερμοκρασία κορεσμού (σημείο βρασμού)  $T_{sat}$ , στην πίεση του συστήματος.

Η συμπεριφορά του υγρού κατά τον βρασμό εξαρτάται από την διαφορά θερμοκρασίας  $\Delta T = T_s - T_{sat}$ , που ονομάζεται υπερθερμοκρασία (excess temperature), όπως αυτή μετρείται από το σημείο βρασμού του υγρού. Το σχήμα ΒΣ-1 εντοπίζει τέσσερις διαφορετικές περιοχές κατά τον τυπικό στάσιμο βρασμό (pool boiling). Η καμπύλη της πυκνότητας θερμοροής (heat flux) ονομάζεται καμπύλη βρασμού (boiling curve). Ανάλογα με την τιμή της  $\Delta T$  διακρίνουμε τις παρακάτω περιοχές βρασμού:



Σχήμα ΒΣ-1. Καμπύλη βρασμού για νερό σε πίεση 1atm

❖ Βρασμός με ελεύθερη συναγωγή

Όταν η υπερθερμοκρασία είναι μικρότερη των 5<sup>0</sup>C, η ποσότητα του ατμού που βρίσκεται σε επαφή με την υγρή φάση δεν είναι αρκετή για να προκαλέσει βρασμό στην θερμοκρασία κορεσμού. Στην περιοχή αυτή η κίνηση του ρευστού καθορίζεται κυρίως από φαινόμενα ελεύθερης συναγωγής.

❖ Βρασμός με φυσαλίδες

Για τιμές υπερθερμοκρασίας μεταξύ 5 και 30<sup>0</sup>C διακρίνονται δυο επιμέρους περιοχές:

α) Στην περιοχή A-B σχηματίζονται μεμονωμένες φυσαλίδες σε περιοχές πυρήνωσης που αποκολλώνται από την στερεή επιφάνεια αυξάνοντας σημαντικά την μεταφερόμενη θερμοροή. Με αύξηση της υπερθερμοκρασίας ο ρυθμός σχηματισμού φυσαλίδων αυξάνεται, με αποτέλεσμα αυτές να αλληλεπιδρούν και να συγκρούονται μεταξύ τους.

β) Στην περιοχή B-C ο ατμός διαφεύγει από την στερεή επιφάνεια με την μορφή *δεσμών* (jets), που ακολούθως ενσωματώνονται στην μάζα του ρευστού. Οι παρεμβολές μεταξύ των πυκνοκατοικημένων φυσαλίδων εμποδίζουν την κίνηση του ρευστού κοντά στην επιφάνεια. Το σημείο P στο σχήμα ΒΣ-1 αντιπροσωπεύει ένα σημείο καμπής, στο οποίο ο συντελεστής μετάδοσης θερμότητας παίρνει την μέγιστη τιμή του. Από το σημείο αυτό και μετά ο *h* αρχίζει να μειώνεται, παρ' όλο που η θερμοροή (γινόμενο  $h \cdot \Delta T$ ) συνεχίζει να παρουσιάζει αύξουσα τάση. Στο σημείο C όμως, η θερμοροή αποκτά την μέγιστη τιμή της, που ονομάζεται κρίσιμη θερμοροή και η οποία για το νερό είναι της τάξης του 1 MW/m<sup>2</sup>. Το τοπικό μέγιστο της θερμοροής καλείται επίσης *σημείο burnout* (burnout point). Το σημείο αυτό αντιπροσωπεύει την κατάσταση στην οποία η αυξημένη θερμοροή, που προέρχεται από την αύξηση της υπερθερμοκρασίας  $\Delta T$ , αντισταθμίζεται από την αυξανόμενη αντίσταση που παρουσιάζει το στρώμα ατμού πάνω από την πηγή της θέρμανσης. Αυτά τα

δύο φαινόμενα εξισορροπούνται και οδηγούν σε καταστάσεις που αποκλίνουν από την κλασική έννοια του βρασμού πυρήνων, δηλαδή σε *κρίση βρασμού* (boiling crisis). Στην πράξη όμως είναι επιθυμητό να δουλεύουμε στην περιοχή του βρασμού με φυσαλίδες, όπου επιτυγχάνονται μεγάλες θερμορροές με μικρές θερμοκρασιακές διαφορές. Με έναν απλό υπολογισμό διαπιστώνεται ότι στην περιοχή αυτή οι συντελεστές συναγωγής είναι της τάξης των  $10^4 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$ , πολύ μεγαλύτεροι δηλαδή από αυτούς που συναντώνται σε συναγωγή χωρίς αλλαγή φάσης.

#### ❖ Μεταβατικός βρασμός

Για τιμές υπερθερμοκρασίας μεταξύ 30 και  $120^\circ\text{C}$  ο σχηματισμός φυσαλίδων είναι τόσο έντονος, με συνακόλουθο τον σχηματισμό ενός υμένα (film) ατμού κοντά στην επιφάνεια. Οι συνθήκες πάνω στην επιφάνεια είναι εν γένει ασταθείς και μπορεί να μεταβάλλονται περιοδικά από συνθήκες υμένα σε συνθήκες βρασμού με φυσαλίδες.

#### ❖ Βρασμός υμένα

Στο σημείο D του σχήματος ΒΣ-1, που ονομάζεται *σημείο Leidenfrost*, η θερμορροή λαμβάνει την ελάχιστη τιμή της. Καθώς αυξάνεται η υπερθερμοκρασία, η ακτινοβολία από την θερμαινόμενη επιφάνεια προς το υγρό διαμέσου του υμένα ατμού γίνεται σημαντική, αυξάνοντας την θερμορροή.

Επειδή ο βρασμός αποτελεί κυρίως ένα τοπικό φαινόμενο, δεν χρησιμοποιείται ο μέσος συντελεστής μετάδοσης θερμότητας  $h$ . Για τις περισσότερες εφαρμογές όμως, η χρήση της μέσης τιμής του συντελεστή κρίνεται απαραίτητη, αφού οι συσκευές λειτουργούν πάντα μέσα σε ένα εύρος θερμορροών και υπερθερμοκρασιών κι όχι σε συγκεκριμένες τιμές αυτών. Εφόσον η τήξη των υλικών θέρμανσης δημιουργεί ένα μείζον πρόβλημα στις συσκευές βρασμού και δεδομένου ότι η μέγιστη πυκνότητα θερμορροής ποικίλλει για κάθε περιοχή βρασμού, η τοπική τιμή του συντελεστή στην αντίστοιχη περιοχή βρασμού είναι εκείνη που πρέπει να χρησιμοποιείται σε προβλήματα και υπολογισμούς, καθώς οδηγεί σε έναν σαφέστατα πιο ασφαλή (συντηρητικό) σχεδιασμό.

### **ΒΣ.3 Υπολογιστικοί Συσχετισμοί Για Στάσιμο Βρασμό**

#### **ΒΣ.3.1 ΠΕΡΙΟΧΗ ΦΥΣΙΚΗΣ ΣΥΝΑΓΩΓΗΣ**

Η μετάδοση θερμότητας σε αυτήν την περιοχή δίνεται από τον τύπο,

$$\frac{q}{A} = C \frac{k}{L} (\text{Gr}_L \text{Pr})^a (T_s - T_b) \quad (\text{ΒΣ.2})$$

όπου  $T_b$  είναι η (bulk) θερμοκρασία του υγρού και οι σταθερές  $a$  και  $C$  δίνονται σε πίνακες με συσχετισμούς για φυσική συναγωγή. Εφόσον  $\text{Gr}_L \equiv g\beta(T_s - T_b)L^3/\nu^2$  και επιπλέον ο δείκτης  $a$  είναι συνήθως 1/4 για στρωτή ροή και 1/3 για στροβιλώδη ροή, η μετάδοση θερμότητας σε αυτήν την περιοχή μεταβάλλεται με την  $\Delta T$  στην δύναμη 5/4 για στρωτή ροή και 5/3 για στροβιλώδη.

#### **ΒΣ.3.2 ΠΕΡΙΟΧΗ ΒΡΑΣΜΟΥ ΜΕ ΦΥΣΑΛΙΔΕΣ**

Η πλέον κοινά αποδεκτή συσχέτιση μετάδοσης θερμότητας στην περιοχή του βρασμού πυρήνων είναι αυτή του Rohsenow, που ισχύει για λείες επιφάνειες,

$$\frac{q}{A} = \mu_l h_{fg} \sqrt{\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{g_c \gamma}} \left[ \frac{c_l(T_s - T_{sat})}{h_{fg} Pr_l^{1.7} C_{sf}} \right]^3 \quad (\text{B}\Sigma.3)$$

όπου  $q/A$  είναι η πυκνότητα θερμορροής σε  $W/m^2$ ,  $\mu_l$ : το ιξώδες του υγρού σε  $kg/m \cdot s$ ,  $h_{fg}$ : η ενθαλπία εξάτμισης σε  $J/kg$ ,  $g$ : η τοπική επιτάχυνση της βαρύτητας σε  $m/s^2$ ,  $\rho_l$ : η πυκνότητα του κορεσμένου υγρού σε  $kg/m^3$ ,  $\rho_v$ : η πυκνότητα του κορεσμένου ατμού σε  $kg/m^3$ ,  $g_c$ : ο συντελεστής αναλογίας ( $1.0 \text{ kg} \cdot m/N \cdot s^2$ ),  $\gamma$ : η επιφανειακή τάση σε  $N/m$ ,  $c_l$ : η ειδική θερμότητα του κορεσμένου υγρού σε  $J/kg \cdot K$ ,  $T_s - T_{sat}$ : η υπερθερμοκρασία σε  $K$ ,  $Pr_l$ : ο αδιάστατος αριθμός Prandtl του κορεσμένου υγρού και  $C_{sf}$ : η διεπιφανειακή σταθερά του υγρού (Πίνακας ΒΣ-1).

Η διεπιφανειακή σταθερά  $C_{sf}$  μερικές τιμές της οποίας δίνονται στον πίνακα ΒΣ-1, είναι συνάρτηση της επιφανειακής τραχύτητας (αριθμός των θέσεων πυρηνογέννησης) και της γωνίας επαφής της φυσαλίδας με την θερμαινόμενη επιφάνεια. Πρέπει να σημειωθεί ότι στην περιοχή του βρασμού πυρήνων η πυκνότητα θερμορροής είναι ανάλογη του κύβου της υπερθερμοκρασίας  $\Delta T$ .

Πίνακας ΒΣ-1

Διεπιφάνεια στερεού-υγρού	$C_{sf}$
Νερό – Μπρούντζος	0.006
Νερό – Χαλκός	0.013
Νερό – Νικέλιο	0.006
Νερό – Πλατίνα	0.013
$CCl_4$ – Χαλκός	0.013
Βενζόλιο – Χρόμιο	0.010
n-Πεντάνιο – Χρόμιο	0.015
Αιθυλική Αλκοόλη – Χρόμιο	0.0027
Ισοπροπυλική Αλκοόλη – Χρόμιο	0.0025
35% $K_2CO_3$ – Χαλκός	0.0054
50% $K_2CO_3$ – Χαλκός	0.0027
n-Βουτυλική Αλκοόλη – Χαλκός	0.0030

### ΒΣ.3.2.1 Σημείο *burnout*

Στο σημείο της μέγιστης θερμορροής (σημείο C του σχήματος ΒΣ-1) η προτεινόμενη συσχέτιση είναι:

$$\left. \frac{q}{A} \right|_{\max} = (0.18) \rho_v h_{fg} \left[ \frac{\sigma(\rho_l - \rho_v) g g_c}{\rho_v^2} \right]^{1/4} \left[ \frac{\rho_l}{\rho_l + \rho_v} \right]^{1/2} \quad (\text{B}\Sigma.4)$$

Σε μια πρώτη προσέγγιση θεωρείται ότι το σημείο *burnout* δεν εξαρτάται σημαντικά από το υλικό και την γεωμετρία της πηγής θέρμανσης.

## ΒΣ.3.3 ΠΕΡΙΟΧΕΣ ΒΡΑΣΜΟΥ ΥΜΕΝΑ

### ΒΣ.3.3.1 Οριζόντιοι σωλήνες

Μετά από την εκτεταμένη μελέτη της μετάδοσης θερμότητας διαμέσου υμένα αέρα που σχηματίζεται πάνω σε οριζόντιο θερμαινόμενο σωλήνα, ο Bromley πρότεινε την εξαγωγή του συντελεστή μετάδοσης θερμότητας του βρασμού σε αυτές τις περιοχές από τους επόμενους τύπους,

$$h = h_c \left( \frac{h_c}{h} \right)^{1/3} + h_r \quad (\text{B}\Sigma.5)$$

$$h_c = (0.62) \left[ \frac{k_{vf}^3 \rho_{vf} (\rho_l - \rho_{vf}) g (h_{fg} + 0.4c_{p,vf} \Delta T)}{D \mu_{vf} \Delta T} \right]^{1/4} \quad (\text{B}\Sigma.6)$$

$$h_r = \frac{\sigma \varepsilon (T_s^4 - T_{sat}^4)}{T_s - T_{sat}} \quad (\text{B}\Sigma.7)$$

όπου ο δείκτης  $c$  υποδηλώνει συναγωγή (convection) και ο δείκτης  $r$  ακτινοβολία (radiation). Στην σχέση (BΣ.6) ο όρος  $D$  συμβολίζει την εξωτερική διάμετρο του σωλήνα και οι ιδιότητες του ατμού υπολογίζονται στην μέση θερμοκρασία του υμενίου,  $T_f = (T_s + T_{sat}) / 2$  (αυτό δηλώνεται με τον πρόσθετο δείκτη  $f$ ). Στην σχέση (BΣ.7)  $\sigma$  είναι η σταθερά Stefan-Boltzmann και  $\varepsilon$ : ο βαθμός μελανότητας (emissivity) της θερμαινόμενης επιφάνειας.

Η σχέση (BΣ.5) δεν είναι εύκολη στην χρήση, αφού περιέχει τον όρο  $h$  και στα δυο μέλη της ισότητας. Οι επόμενες εξισώσεις είναι πιο απλές, δεδομένου ότι κάποια λάθη στις προσεγγίσεις και τα εύρη εφαρμογής είναι ανεκτά, κάτι που συνήθως ισχύει για τα περισσότερα προβλήματα σχεδιασμού διεργασιών.

$$\pm 0.3\% : \quad h = h_c + h_r \left[ \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{h_r}{h_c} \left( \frac{1}{2.62 + \frac{h_r}{h_c}} \right) \right] \quad \left( 0 < \frac{h_r}{h_c} < 10 \right)$$

& (BΣ.8)

$$\pm 5\% : \quad h = h_c + \frac{3}{4} h_r \quad \left( \frac{h_r}{h_c} < 1 \right)$$

### BΣ.3.3.2 Κάθετοι σωλήνες

Για κάθετους σωλήνες οι Hsu & Westwater πρότειναν την ακόλουθη συσχέτιση,

$$h = (0.0020) \text{Re}^{0.6} \left[ \frac{g \rho_v (\rho_l - \rho_v) k_v^3}{\mu_v^2} \right]^{1/3} \quad (\text{B}\Sigma.9)$$

όπου

$$\text{Re} = \frac{4\dot{m}}{\pi D \mu_v} \quad (\text{B}\Sigma.10)$$

και  $\dot{m}$ : ο ρυθμός ροής της μάζας του ατμού στο άνω άκρο του σωλήνα. Για τις ίδιες συνθήκες ο ρυθμός μετάδοσης θερμότητας είναι μεγαλύτερος στους κάθετους παρά στους οριζόντιους σωλήνες.

### BΣ.3.3.3 Οριζόντιες επιφάνειες

Για βρασμό -σε οριζόντιες επιφάνειες- του πεντανίου, του τετραχλωράνθρακα, του βενζολίου και της αιθυλικής αλκοόλης, προτάθηκε η κατωτέρω συσχέτιση από τον Berenson:

$$h = (0.425) \left[ \frac{k_v^3 \rho_v (\rho_l - \rho_v) g (h_{fg} + 0.4c_{pv} \Delta T)}{\mu_v \Delta T \sqrt{g_c / g (\rho_l - \rho_v)}} \right]^{1/4} \quad (\text{B}\Sigma.11)$$

Στο σημείο αυτό πρέπει να επισημανθεί η ομοιότητα μεταξύ των συσχετίσεων (BΣ.6) και (BΣ.11).

#### BΣ.3.3.4 Σημείο Leidenfrost

Χρησιμοποιώντας την υδροδυναμική αστάθεια της διεπιφάνειας υγρού-ατμού οι Zuber & Tribus κατέληξαν στην επόμενη εξίσωση για το σημείο της ελάχιστης θερμορροής στον βρασμό υμένα (σημείο D στο σχήμα BΣ-1):

$$\frac{q}{A} \Big|_{\min} = (0.09) \rho_{vf} h_{fg} \left[ \frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\rho_l + \rho_v} \right]^{1/2} \left[ \frac{g_c \gamma}{g(\rho_l - \rho_v)} \right]^{1/4} \quad (\text{B}\Sigma.12)$$

Βασισμένος στην ανάλυση των Zuber & Tribus, ο Berenson εξήγαγε μια σχέση για την υπερθερμοκρασία  $\Delta T$  στο σημείο της ελάχιστης θερμορροής (σημείο D). Η σχέση αυτή παρουσιάζεται στην συνέχεια:

$$\Delta T_D = 0.127 \frac{\rho_{vf} h_{fg}}{k_{vf}} \left[ \frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\rho_l + \rho_v} \right]^{2/3} \left[ \frac{g_c \gamma}{g(\rho_l - \rho_v)} \right]^{1/2} \left[ \frac{\mu_f}{g_0(\rho_l - \rho_v)} \right]^{1/3} \quad (\text{B}\Sigma.13)$$

Οι ιδιότητες που σημειώνονται με τον δείκτη  $f$  στις σχέσεις (BΣ.12) και (BΣ.13) υπολογίζονται στην μέση θερμοκρασία του υμενίου  $T_f = (T_s + T_{sat}) / 2$  και ο συντελεστής  $g_0$  συνιστά την τυπική επιτάχυνση της βαρύτητας ( $9.81 \text{ m/s}^2$ ).

#### BΣ.3.3.5 Απλοποιημένες σχέσεις για το νερό

Αφού το νερό αποτελεί ένα από τα πιο κοινά ρευστά που χρησιμοποιούνται σε διεργασίες βρασμού, στον πίνακα BΣ-2 συμπεριλαμβάνονται μερικές απλοποιημένες σχέσεις για τον βρασμό του νερού σε κανονική ατμοσφαιρική πίεση.

Πίνακας BΣ-2

Συνθήκες	$h_a, \text{Btu/hr}\cdot\text{ft}^2\cdot^{\circ}\text{F}$	$h_a, \text{W/m}^2\cdot^{\circ}\text{C}$	$q/A, \text{Btu/hr}\cdot\text{ft}^2$	$q/A, \text{W/m}^2$
Οριζόντια επιφάνεια (σε μεγάλο περιέκτη)	$h_a = 151(\Delta T)^{1/3}$ $h_a = (0.168)(\Delta T)^3$	$h_a = 858(\Delta T)^{1/3}$ $h_a = (0.954)(\Delta T)^3$	$q/A < 5000$ $5000 < q/A < 75000$	$q/A < 16000$ $16000 < q/A < 236000$
Κάθετη επιφάνεια (σε μεγάλο περιέκτη)	$h_a = 87(\Delta T)^{1/7}$ $h_a = (0.24)(\Delta T)^3$	$h_a = 494(\Delta T)^{1/7}$ $h_a = (1.36)(\Delta T)^3$	$q/A < 1000$ $1000 < q/A < 20000$	$q/A < 3000$ $3000 < q/A < 63000$
Κάθετος σωλήνας (εσωτερικό)	$h_a \approx 189(\Delta T)^{1/3}$ $h_a \approx 0.21(\Delta T)^3$	$h_a \approx 1074(\Delta T)^{1/3}$ $h_a \approx 1.19(\Delta T)^3$	$q/A < 5000$ $5000 < q/A < 75000$	$q/A < 16000$ $16000 < q/A < 236000$

Οι σταθερές στις παραπάνω σχέσεις δεν είναι αδιάστατες, εξ ου και καθίστανται απαραίτητοι οι προσεκτικοί χειρισμοί στην έκφραση των ποσοτήτων αυτών με τις κατάλληλες μονάδες. Ο συντελεστής μετάδοσης θερμότητας σε δεδομένη πίεση  $p$  δίνεται από την σχέση που έπεται,