

**ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ Υ/Υ ΕΚΧΥΛΙΣΗΣ**  
**Κ. Μάτης**

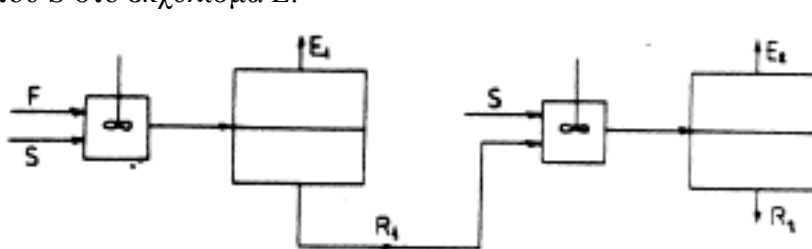
*Πρόβλημα 36.*

Μια υγρή τροφοδοσία 3,5 kg/s, που περιέχει μια διαλυτή ουσία Β διαλυμένη σε συστατικό Α, πρόκειται να διεργαστεί με ένα διαλύτη S σε μια μονάδα επαφής καθ' ομορροή τεσσάρων σταδίων. Η συγκέντρωση του Β στην τροφοδοσία είναι 28,6% κ.β. Αν προστίθεται 1,5 kg/s διαλύτη S σε κάθε στάδιο, ποια θα είναι η παροχή και η σύσταση του εκχυλισθέντος που αφήνει το τέταρτο στάδιο; Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα δεδομένα ισορροπίας για το σύστημα. Η τροφοδοσία και ο διαλύτης θεωρούνται τέλεια μη-αναμίξιμοι.

Μάζα του Β στο εκχυλισθέν ( $x$ kg/kg A)	Μάζα του Β στο εκχύλισμα ( $y$ kg/kg S)
0,00	0,000
0,05	0,050
0,10	0,096
0,15	0,135
0,20	0,170
0,25	0,203
0,30	0,232
0,35	0,256
0,40	0,275
0,45	0,280

*Λύση:*

Το Σχήμα 80 παριστάνει την πολλαπλή επαφή κατά ομορροή. Έστω  $x_f$  η μάζα του Β/μάζα του Α στην τροφοδοσία F,  $\alpha$  η παροχή του συστατικού Α,  $s$  η παροχή μάζας του διαλύτη S,  $x_1$  η μάζα του Β/μάζα του Α στο εκχυλισθέν R, και η  $y_1$  η μάζα του Β/μάζα του S στο εκχύλισμα E.



*Σχήμα 80. Πολλαπλή επαφή κατά ομορροή*

Ένα ισοζύγιο για το συστατικό Β δίνει:

$$\alpha x_f = \alpha x_1 + s y_1$$

ή 
$$y_1 / (x_1 - x_f) = - \alpha / s$$

Σ' αυτό το πρόβλημα, η συγκέντρωση του Β στην τροφοδοσία είναι 28,6%

άρα:

$$x_f = 0,286 / (1 - 0,286) = 0,4 \text{ kg/kg}$$

Η ροή του συστατικού Α δίνεται από την

$$\alpha = 3,5 (1 - 0,286) = 2,5 \text{ kg/s}$$

και

$$s = 1,5 \text{ kg/s}$$

Επομένως για το στάδιο 1 θα είναι:



*Πρόβλημα 37.*

Αν οι συνθήκες ισορροπίας για το σύστημα στο Πρόβλημα 36 παριστάνονται από την εξίσωση  $y = 0,67 x$ , να βρεθεί πόσα θεωρητικά στάδια θα απαιτούνταν για να επιτευχθεί η ίδια ανάκτηση του Β, εφόσον οι παροχές παραμείνουν οι ίδιες. Να υποτεθεί μια απόδοση 80%.

*Λύση:*

Όταν η ισορροπία είναι γραμμική κλίσης  $m$ , ένα ισοζύγιο για το συστατικό Β κατά το πρώτο στάδιο δίνει τώρα:

$$a x_f = (a + s m) x_1$$

χρησιμοποιώντας τους ίδιους συμβολισμούς (Σχ. 80). Για το δεύτερο στάδιο, υποθέτοντας ότι το  $s$  παραμένει το ίδιο, έχουμε

$$x_2 = x_f (a / (a + s m))^2$$

και λύνοντας για  $n$ , όπως είδαμε, θα έχουμε:

$$n = \ln (x_n / x_f) / \ln (a / (a + s m))$$

Σ' αυτήν την περίπτωση, είναι:

$$x_1 = 0,4 \text{ kg/kg A και } x_n = 0,065 \text{ kg/kg A, ακόμα}$$

$$a = 2,5 \text{ kg/s, } s = 1,5 \text{ kg/s}$$

$$\text{άρα } n = \ln(0,065/0,4) / \ln(2,5/(2,5 + 1,5 \times 0,67))$$

$$= 5,37 \text{ στάδια}$$

Αν λάβουμε υπόψη την απόδοση, θα έχουμε

$$(5,37 / 0,80) = 6,71$$

δηλαδή θα χρειαζόταν περίπου 7 στάδια.

Σημ. Για το 2ο στάδιο θα έχουμε:

$$a x_1 = a x_2 + s y_2 = x_2 (a + s m) \quad \text{ή} \quad x_2 = a x_1 / (a + s m)$$

$$\text{και για το } n \text{ στάδιο: } x_n = x_f (a / (a + s m))^n$$

*Πρόβλημα 38.*

Ένα ρεύμα τροφοδοσίας που περιέχει 28,6 kg διαλυτής ουσίας B σε 100 kg υδατικού διαλύματος εκχυλίζεται κατ' αντιστροφή με ένα διαλύτη S, ώστε να μειωθεί η συγκέντρωση της διαλυτής ουσίας σε 9,1 kg/100 kg διαλύματος. Μια εγκατάσταση ανάμιξης-κατακάθισης, ισοδύναμη με πέντε θεωρητικά στάδια, διατίθεται γι' αυτό το σκοπό. Αν ο διαλύτης αρχικά περιέχει 4,75% κ.β. διαλυτή ουσία, να βρεθεί ο λόγος των παροχών του διαλύτη και υδάτινης φάσης που θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί και ποια είναι η υπολογιζόμενη σύσταση της φάσης του εκχυλίσματος που αφήνει τη μονάδα. Ο διαλύτης και η υδάτινη φάση θεωρούνται μη αναμίξιμες και ισχύουν τα δεδομένα ισορροπίας του πίνακα στο Πρόβλημα 36.

*Λύση:*

Το Σχήμα 82 παριστάνει την πολλαπλή επαφή κατ' αντιστροφή, χρησιμοποιώντας τους ίδιους συμβολισμούς. Ακόμα, έστω ότι  $\alpha$  (kg/s) είναι η παροχή του νερού στην υδάτινη φάση,  $f$  η παροχή του ρεύματος τροφοδοσίας,  $e$  η παροχή του εκχυλίσματος και  $r$  η παροχή του εκχυλισθέντος. Εφαρμόζοντας ένα ισοζύγιο μάζας στο πρώτο στάδιο παίρνουμε:

$$f + e_2 = r_1 + e_1 \text{ ή για το συστατικό B}$$

$$\alpha x_F + s y_2 = \alpha x_1 + s y_1$$

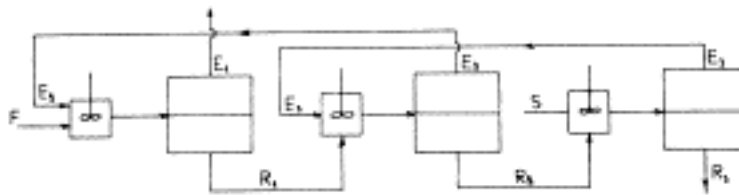
Όμοια για ολόκληρη τη μονάδα:

$$f + s = r_n + e_1, \quad \text{ή για το συστατικό B}$$

$$\alpha x_F + s y_s = \alpha x_n + s y_1$$

(όπου  $y_s$  είναι η μάζα του B/μάζα του S στην τροφοδοσία του διαλύτη),

Άρα 
$$y_s = (\alpha/s) (x_n - x_F) + y_1$$



*Σχήμα 82. Πολλαπλή επαφή κατ' αντιστροφή.*

Άρα αυτή είναι ευθεία γραμμή κλίσης ( $\alpha/s$ ), γνωστή σαν γραμμή λειτουργίας. Σ' αυτό το παράδειγμα είναι:

$$x_F = 0,286 / (1 - 0,286) = 0,4 \text{ kg/kg}$$

$$x_n = 0,091 / (1 - 0,091) = 0,1 \text{ kg/kg}$$

και

$$y_s = 0,0475 / (1 - 0,0475) = 0,05 \text{ kg/kg}$$

Από την εξίσωση παρατηρούμε ότι η γραμμή λειτουργίας περνά από τα σημεία ( $x_F, y_1$ ) και ( $x_n, y_s$ ).

Επομένως στο Σχήμα 83 σχεδιάζεται μια γραμμή που περνά από το σημείο

$$x_n = 0,1, y_s = 0,05 \text{ και που κόβει τη γραμμή } x_F = 0,4.$$

Μετά σχεδιάζονται τα στάδια, όπως φαίνεται. Ακολουθώντας μια προσεγγιστική μέθοδο δοκιμής και λάθους, μεταβάλλεται η κλίση της γραμμής λειτουργίας, ώσπου ο αριθμός των θεωρητικών σταδίων να είναι 5. Αυτό συμβαίνει όταν η κλίση

$$\alpha/s \cong 0,7$$

Δηλαδή

1 kg νερού θα πρέπει να σχετισθεί με  $1/0,7 = 1,43$  kg διαλύτη,

1 kg νερού σχετίζεται με  $(1 + 0,4) = 1,4$  kg υδάτινης φάσης.

1,43 kg διαλύτη σχετίζονται με  $1,43 (1 + 0,05) = 1,5$  kg φάσης του διαλύτη.

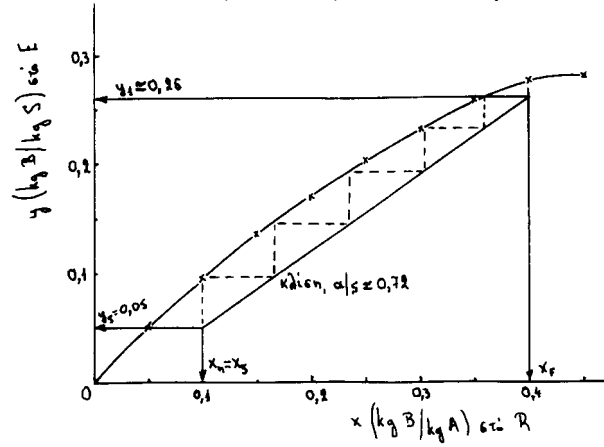
Άρα

ο λόγος διαλύτη / τροφοδοσία είναι:

$$1,5 / 1,4 = 1,07$$

Από το σχήμα προκύπτει ότι η μάζα του B / μάζα του S στο εκχύλισμα που αφήνει το πρώτο στάδιο είναι 0,26 kg/kg και η συγκέντρωση του B στο εκχύλισμα είναι:

$$0,26 \times 100 / (1 + 0,26) = 20,6\% \text{ κ.β.}$$



Σχήμα 83. Γραφική λύση Προβλήματος 38.

### Πρόβλημα 39.

Για ένα μερικά αναμίξιμο σύστημα που αποτελείται από τους διαλύτες B και C, και μια διαλυτή ουσία A, παρέχονται τα δεδομένα ισορροπίας για τις γραμμές σύνδεσης, που φαίνονται στον πίνακα. Μια τροφοδοσία 2,0 kg/s που περιέχει 60% A και 40% B πρόκειται να εκχυλιστεί με διαλύτη C σε μια συσκευή επαφής κατά ομορροή, που είναι ισοδύναμη με 3 θεωρητικά στάδια, ενώ η ροή του διαλύτη C είναι 0,91 kg/s σε κάθε στάδιο. Να βρεθούν οι συστάσεις του εκχυλισθέντος και του εκχυλίσματος που αφήνουν τη μονάδα στο τρίτο στάδιο και ποια θα είναι η παροχή του κάθε ρεύματος. Ακόμα, ποια είναι η μέγιστη δυνατή συγκέντρωση του A στην τροφοδοσία που θα μπορούσε να διακινηθεί.

Φάση εκχυλισθέντος (% κατά μάζα)			Φάση εκχυλίσματος (% κατά μάζα)		
A	B	C	A	B	C
70	25	5,0	71,6	4,8	23,6
60	37	3,0	62,5	2,5	34,0
50	48	2,0	52,0	3,1	44,9
40	58,5	1,5	41,9	3,1	55,0
30	68,5	1,5	31,9	3,0	65,1
20	79	1,0	22,0	2,9	75,1
10	89	1,0	11,1	2,1	86,8

### Λύση:

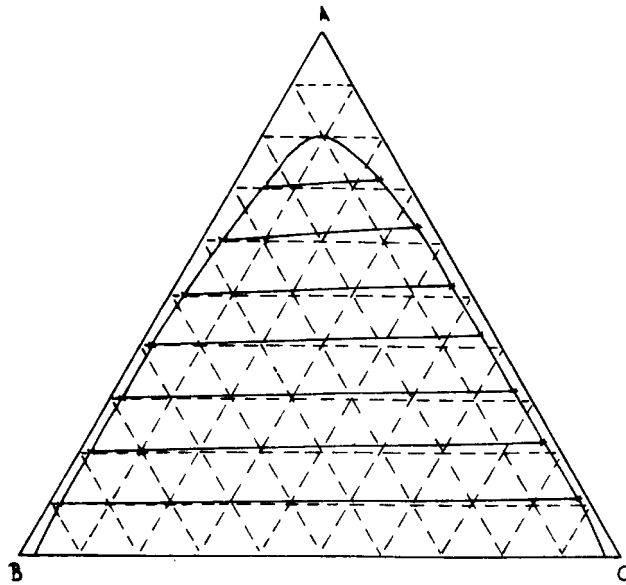
Τοποθετούμε τα δεδομένα ισορροπίας με τις γραμμές σύνδεσης σε ένα τριγωνικό διάγραμμα όπως αυτό του Σχήματος 84 (που διαφορετικά θα μπορούσε να είχε δοθεί με την εκφώνηση). Η λύση θα γίνει γραφικά.

Το σημείο F (βλ. Σχήμα 85) παριστάνει την τροφοδοσία, 60% A και 40% B. Γράφουμε τη γραμμή FC, όπου το σημείο C παριστάνει τον καθαρό διαλύτη C. Η ροή της τροφοδοσίας είναι  $f = 2,0$  kg/s και του διαλύτη  $s = 0,91$  kg/s άρα

$$f/s = 2,0 / 0,91 = 2,2$$

Τοποθετούμε το σημείο  $M_1$  έτσι ώστε  $M_1C / M_1F = 2,2$ , δηλ. παριστάνει το λαμβανόμενο μίγμα όταν η τροφοδοσία και ο διαλύτης έρθουν σε επαφή στο πρώτο στάδιο.

Το  $M_1$  κείται πάνω στη γραμμή σύνδεσης  $R_1E_1$ . Τα σημεία αυτά παριστάνουν τις συστάσεις του εκχυλισθέντος και του εκχυλίσματος που αφήνουν το πρώτο στάδιο.



Σχήμα 84. Ειδικό τριγωνικό διάγραμμα για την εκχύλιση (οι συνεχείς γραμμές δίνουν τις γραμμές σύνδεσης από τα δοσμένα ισορροπίας του πίνακα).

Εκτιμώντας από το σχήμα, προκύπτει ότι

$$M_1E_1 / M_1R_1 \cong 0,77 \text{ ή } r_1 / e_1 = 0,77$$

Ένα ισοζύγιο μάζας στο πρώτο στάδιο δίνει

$$r_1 + e_1 = f + s_1 = (2,0 + 0,91) = 2,91 \text{ kg/s}$$

Άρα  $0,77 e_1 + e_1 = 2,91$

και  $e_1 = 1,64 \text{ kg/s}, r_1 = 1,26 \text{ kg/s}$

Φέρουμε τη γραμμή  $R_1C$  και βρίσκουμε τώρα το σημείο  $M_2$  θα είναι:

$$M_2C / M_2R_1 = r_1 / s_2 = (1,26 / 0,91) = 1,38$$

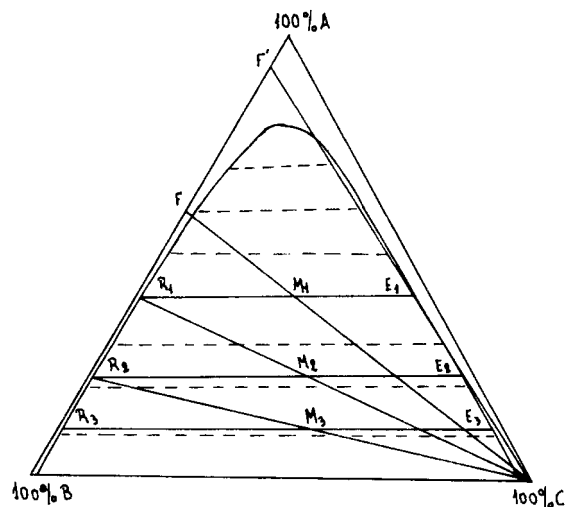
Όπως προηγούμενα, συνεχίζουμε:

$$M_2E_2 / M_2R_2 = r_2 / e_2 \cong 0,74$$

$$r_2 + e_2 = r_1 + s_2 = (1,26 + 0,91) = 2,17$$

$$e_2 = 1,25 \text{ kg/s}, r_2 = 0,92 \text{ kg/s} \text{ και}$$

$$M_3C / M_3R_2 = r_2 / s_3 = (0,92 / 0,91) = 1,0$$



Σχήμα 85. Γραφική λύση Προβλήματος 39.

Τέλος για το τρίτο στάδιο, θα έχουμε:

$$M_3E_3 / M_3R_3 = r_3 / e_3 \cong 0,74$$

Όπως προηγουμένως:

$$r_3 + e_3 = r_2 + s_3 = (0,92 + 0,91) = 1,83 \text{ kg/s}$$

άρα

$$e_3 = 1,05 \text{ kg/s} \text{ και } r_3 = 0,78 \text{ kg/s}$$

Αυτά είναι τα ζητούμενα.

Από το σχήμα η σύσταση του εκχυλισθέντος  $R_3$  είναι περίπου:

$$11\% \text{ A, } 87\% \text{ B και } 2\% \text{ C}$$

και του εκχυλίσματος  $E_3$  είναι περίπου:

$$12\% \text{ A, } 3\% \text{ B και } 85\% \text{ C}$$

Η μέγιστη συγκέντρωση του A που μπορεί να διεργαστεί στην τροφοδοσία δίνεται αν φέρουμε τη γραμμή  $E_1C$  και την προεκτείνουμε προς το  $F'$ , που είναι μια συγκέντρωση τροφοδοσίας ισοδύναμη με

$$94\% \text{ A και } 6\% \text{ B, κατά προσέγγιση.}$$

(Θα πρέπει όμως σε μια τέτοια διεργασία να προστεθεί ικανή ποσότητα διαλύτη C, ώστε να φέρει το μίγμα M μέσα στην περιοχή των δύο φάσεων).



*Πρόβλημα 40.*

Να επαναληφθεί το Πρόβλημα 39, υποθέτοντας λειτουργία αντιρροής. Η τροφοδοσία είναι όπως πριν 2,0 kg/s, σύστασης 60% A, 40% B και η ολική ποσότητα του διαλύτη C παραμένει όπως και προηγούμενα. Αν η μέγιστη συγκέντρωση του A στο εκχυλισθέν που αφήνει την εγκατάσταση είναι όπως για την επαφή κατά ομορροή, να υπολογιστεί πόσα θεωρητικά στάδια απαιτούνται.

*Λύση:*

Ένα ισοζύγιο μάζας στο πρώτο στάδιο (βλ. σχήμα αντιρροής) δίνει:

$$f + e_2 = r_1 + e_1$$

ή  $f - e_1 = r_1 - e_2 = p$  (ας πούμε)

και στη συνέχεια για το δεύτερο στάδιο

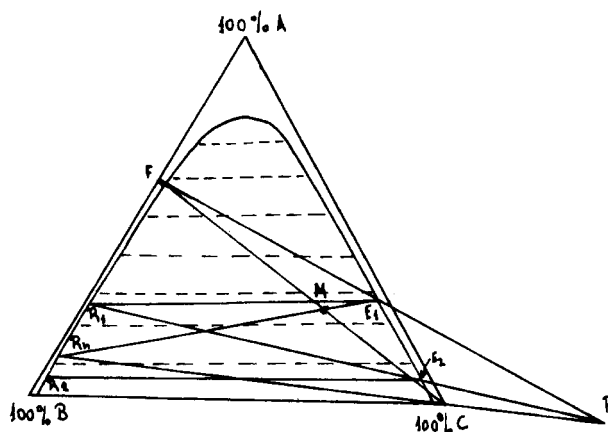
$r_1 + e_3 = r_2 + e_2$  ή  $r_1 - e_2 = r_2 - e_3 = p$

και για το στάδιο n

$$r_{n-1} - e_n = r_n - e_{n+1} = p$$

Με άλλα λόγια η διαφορά ανάμεσα στην ποσότητα του εκχυλισθέντος που αφήνει ένα στάδιο και την ποσότητα του εκχυλίσματος που εισέρχεται από το προηγούμενο στάδιο είναι σταθερή και ίση με p, που παριστάνει ένα φανταστικό μίγμα.

Έτσι ενώνοντας τα σημεία  $R_n$  και  $E_{n+1}$ , η γραμμή θα περάσει από ένα κοινό πόλο P.



*Σχήμα 86. Γραφική λύση του Προβλήματος 40.*

Στο Σχήμα 86 γράφουμε την FC, αφού προηγούμενα τοποθετήσουμε τα δεδομένα της ισορροπίας. Η ολική ποσότητα του διαλύτη θα είναι εδώ:

$$(3 \times 0,91) = 2,73 \text{ kg/s}$$

Παίρνουμε το σημείο M υποδιαιρώντας την FC έτσι ώστε:

$$FM / MC = s/f = (2,73 / 2,0) = 1,37$$

Ακόμα, όπως είδαμε στο προηγούμενο πρόβλημα, το εξερχόμενο εκχυλισθέν είχε σύσταση 11% A, 87% B και 2% C. Αυτή είναι η επιθυμητή εκχύλιση του A και παριστάνεται με το σημείο  $R_n$ .

Ενώνουμε τη  $R_nM$  που προεκτείνοντας βρίσκει τη διδεσμική καμπύλη στο  $E_1$ . Όπως είδαμε, η  $R_1$  βρίσκεται φέρνοντας τη γραμμή σύνδεσης που περνά από το  $E_1$ . Φέρνοντας τη γραμμή  $FE_1$  και προεκτείνοντας κόβει την  $R_nC$  στον πόλο P. Τη σύσταση του εκχυλίσματος από το δεύτερο στάδιο  $E_2$ , βρίσκεται εκεί που κόβει η  $R_1P$  τη διδεσμική καμπύλη.

Το εκχυλισθέν σε ισορροπία με το  $E_2$  παίρνεται τραβώντας τη γραμμή σύνδεσης  $E_2R_2$ . Το  $R_2$  παριστάνει μια σύσταση με συγκέντρωση του A μικρότερη από

τη μέγιστη που διεργάζεται, άρα απαιτούνται **2 θεωρητικά στάδια**. (Να γίνει σύγκριση με το προηγούμενο πρόβλημα).

Οι συστάσεις των τελικών προϊόντων -εκχυλίσματος και εκχυλισθέντος- είναι περίπου:

$E_2$  : 6% A, 2% B και 92% C

$R_2$  : 5% A, 94% B και 1% C

(Σημειώνεται ότι ο αριθμός των ιδανικών σταδίων δίνεται με ικανοποιητική ακρίβεια, παρόλο που η τελική γραμμή σύνδεσης  $E_2R_2$  δεν περνά από το  $R_n$ . Πράγμα που σημαίνει ότι η ποσότητα του διαλύτη C που προστίθεται δεν είναι η σωστή για την επιθυμητή αλλαγή της συγκέντρωσης.)

*Πρόβλημα 41.*

Κατά την εκχύλιση οξικού οξέος από υδατικό διάλυμα με βενζόλιο σε στήλη με πληρωτικό υλικό, ύψους 1,4 m και επιφάνειας κάθετης διατομής 0,0045 m<sup>2</sup>, στην είσοδο και έξοδο της στήλης μετριοούνται αναλυτικά οι συγκεντρώσεις (βλ. σχήμα)

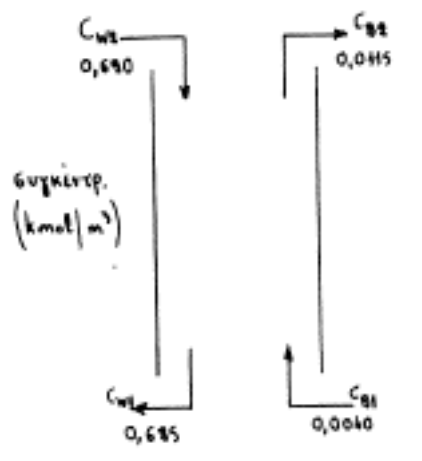
Συγκέντρωση εισόδου οξέος (υδάτινη φάση)  $C_{W2} = 0,690 \text{ kmol/m}^3$

Συγκέντρωση εξόδου οξέος (υδάτινη φάση)  $C_{W1} = 0,685 \text{ kmol/m}^3$

Συγκέντρωση εισόδου φάσης βενζολίου  $C_{B1} = 0,0040 \text{ kmol/m}^3$

Συγκέντρωση εξόδου φάσης βενζολίου  $C_{B2} = 0,0115 \text{ kmol/m}^3$

Η παροχή της οργανικής φάσης του βενζολίου είναι 5,7 cm<sup>3</sup>/s, που ισοδυναμεί με 1,27x10<sup>-3</sup> m<sup>3</sup>/m<sup>2</sup>s. Να υπολογιστούν ο ολικός συντελεστής μεταφοράς και το ύψος της μονάδας μεταφοράς. Δίνεται η σχέση ισορροπίας για το σύστημα:  $C_B^* / C_W = 0,0247$ .



*Σχήμα 87 Εκχύλιση σε στήλη με πληρωτικό υλικό του Προβλήματος 41.*

*Λύση:*

Η χρησιμοποίηση στηλών ή πύργων ψεκασμού με πληρωτικό υλικό, ή μηχανικών στηλών, επιτρέπει τη διεργασία συνεχούς εκχύλισης κατ' αντιρροή (όμοια με την απόσταξη). Οι διαφορικές κλίσεις της συγκέντρωσης, για τη μεταφορά μιας επιθυμητής διαλυτής ουσίας από τη μια φάση στην άλλη, αν εφαρμοστεί η θεωρία της διάχυσης των δύο λεπτών στρωμάτων, δείχνονται γενικά στο Σχήμα 88.

Το οξύ που μεταφέρεται στη φάση του βενζολίου είναι  
 $5,7 \times 10^{-6} (0,0115 - 0,0040) = 4,275 \times 10^{-8} \text{ kmol/s}$

Στο πρόβλημα η φάση του βενζολίου είναι το εκχύλισμα και η υδάτινη φάση το εκχυλισθέν.

Από τη σχέση ισορροπίας βρίσκουμε τα

$$C_{B1}^* = 0,0247 \times C_{W1} = 0,0247 \times 0,685 = 0,0169 \text{ kmol/m}^3$$

και  $C_{B2}^* = 0,0247 \times C_{W2} = 0,0247 \times 0,690 = 0,0170 \text{ kmol/m}^3$

Άρα η κινούσα δύναμη στον πυθμένα είναι

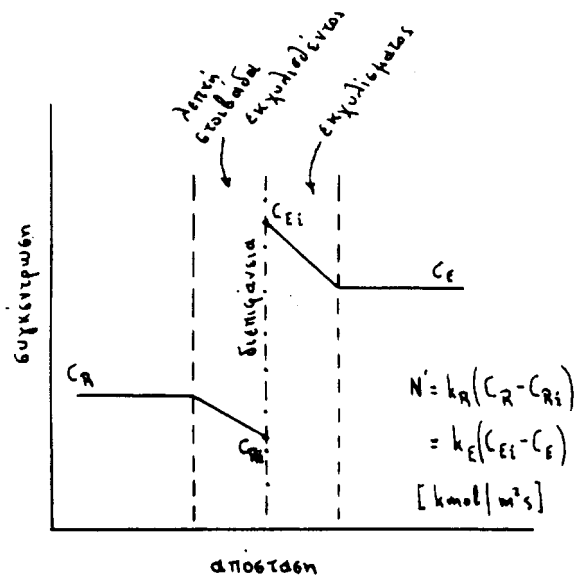
$$\Delta C_1 = C_{B1}^* - C_{B1} = 0,0169 - 0,0040 = 0,0129 \text{ kmol/m}^3$$

και στην κορυφή

$$\Delta C_2 = C_{B2}^* - C_{B2} = 0,0170 - 0,0115 = 0,0055 \text{ kmol/m}^3$$

Η μέση λογαριθμική τιμή της κινούσας δύναμης βρίσκεται

$$\Delta C_{lm} = \frac{\Delta C_1 - \Delta C_2}{\ln \frac{\Delta C_1}{\Delta C_2}} = \frac{0,0129 - 0,0055}{\ln \frac{0,0129}{0,0055}} = 0,0087 \text{ kmol/m}^3$$



Σχήμα 88. Κατανομή συγκέντρωσης κοντά σε μια διεπιφάνεια.

Έχει βρεθεί ότι για εργαστηριακές στήλες ισχύει ότι

$$K_B \alpha = \frac{\text{mol που μεταφερθηκαν}}{\text{ογκος πληρωσης} \times \Delta C_{lm}}$$

όπου  $K_B$  ο ολικός συντελεστής μεταφοράς του βενζολίου (εδώ) και  $\alpha$  το εμβαδό της διεπιφάνειας ανά μονάδα όγκου.

Επομένως

$$K_B \alpha = \frac{4,275 \times 10^{-8}}{(1,4 \times 0,0045) \times 0,0087} = 7,8 \times 10^{-4} \text{ kmol/sm}^3 \text{ (kmol/m}^3\text{)}$$

Για το ύψος της μονάδας μεταφοράς  $H_{oB}$  εξ ορισμού ισχύει

$$H_{oB} = \frac{L_B}{K_B \alpha}$$

όπου  $L_B$  η ογκομετρική παροχή ανά επιφάνεια της φάσης του βενζολίου.

Άρα  $H_{oB} = 1,27 \times 10^{-3} / 7,8 \times 10^{-4} = 1,63 \text{ m}$

Σημειώνεται ότι παρόμοια επεξεργασία (χρησιμοποιώντας πύργους ή στήλες) αναπτύσσεται στο κεφάλαιο της ρόφησης αερίων.