

## ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ

### Κεφάλαιο 1

1-1. Ένα ηλεκτρονικό εξάρτημα έχει ρυθμό βλαβών ίσο με 0.5% /1000hr και η ωφέλιμη περίοδος ζωής του είναι 100000hr. α) Αν το εξάρτημα έχει επιβιώσει για 90000 hr, ποια είναι η πιθανότητα επιβίωσής του τις επόμενες 100hr; β) Αν σε ένα σύστημα υπάρχουν 10000 τέτοια εξαρτήματα, πόσες βλάβες αναμένονται σε 100hr λειτουργίας;

Απ. α)  $P=0.9995$ , β) 5 βλάβες.

1-2. Μία ηλεκτρονική διάταξη περιλαμβάνει τα 301 εξαρτήματα που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα. Δεδομένου ότι ο χρόνος αποστολής της διάταξης είναι 35 ώρες, να εξεταστεί αν πληρούται η απαίτηση για αξιοπιστία τουλάχιστον ίση με 0.99.

Είδος Εξαρτήμ.	Αριθμ. Εξαρτημ.	λ Βλάβ./hr x10E-5
Τρανζίστορ	129	0.10
Δίοδος	35	0.04
Αντίσταση	68	0.11
Πυκνωτής	45	0.12
Διακόπτης	9	0.55
Μετασχ/τής	3	0.35
Ηλεκ/νόμος	12	0.65

Απ.  $R=0.985 < 0.99$

1-3. Ένα ραντάρ έχει μέσο χρόνο φθοράς  $T_M = 10000$ hr που ακολουθεί την κανονική κατανομή με τυπική απόκλιση 1000hr. Να υπολογιστεί η αξιοπιστία του ραντάρ για χρόνο λειτουργίας 400hr αν α) η ηλικία του είναι 9000hr και β) η ηλικία του είναι 11000hr.

Απ. Βλέπε Παρ. 1-11 βιβλίου.

α)  $P(t \geq 9400 | t > 9000) = 0.86259$ , β)  $P(t \geq 11400 | t > 11000) = 0.509$

1-4. Σε ένα τηλεπικοινωνιακό σταθμό χρησιμοποιούνται 6 πομποί και 12 δέκτες. Από τα υπάρχοντα δεδομένα έχει προκύψει ότι ένα πομπός έχει MTTF ίσο με 191hr, ενώ χρόνος αυτός για το δέκτη είναι 5805hr. Προκειμένου να καθοριστούν οι ανάγκες συντήρησης του σταθμού, ζητείται να προσδιοριστεί ο αριθμός των αναμενομένων βλαβών ανά 100hr λειτουργίας.

Απ. Κατά μέσο όρο 3.34 βλάβες σε 100 ώρες.

1-5. Σε μία μεταβίβαση δεδομένων μεταξύ ενός πομπού και ενός δέκτη η πιθανότητα ενός αποστελλόμενου bit που είναι 0 να ληφθεί σαν 0 είναι  $p_{00} = 0.95$  και η αντίστοιχη πιθανότητα του 1 είναι  $p_{11} = 0.90$ . Αν η πιθανότητα εκπομπής του 0 είναι ίση με 0.40, να υπολογιστούν α) η πιθανότητα λήψης του 1, β) η πιθανότητα ότι στάλθηκε το 1 δεδομένου ότι λήφθηκε το 1.

Απ. α) 0.56, β) 0.964.

1-6. Ένα σύστημα περιλαμβάνει δύο υποσυστήματα που έχουν χρόνους βλαβών με εκθετική κατανομή και κύκλους εργασίας, αντίστοιχα 1/3 και 2/3. Από ελέγχους βρέθηκε ότι για ένα έτος συνεχούς λειτουργίας οι αξιοπιστίες των υποσυστημάτων είναι, αντίστοιχα, 0.90 και 0.80. Να υπολογιστεί η αξιοπιστία του συστήματος για χρόνο λειτουργίας τριών ετών.

Απ.  $R=0.065$

1-7. Η μη ικανοποιητική λειτουργία ενός συστήματος οφείλεται στη βλάβη ενός εξαρτήματος, που είναι εξ' ίσου πιθανό να βρίσκεται σε ένα από τα τρία υποσυστήματά ( $\Sigma_i$ ,  $i=1, 2, 3$ ). Η πιθανότητα εντοπισμού της βλάβης στο υποσύστημα  $\Sigma_i$  είναι  $p_i=0.7$ ,  $i=1, 2, 3$ , όταν πράγματι η βλάβη είναι σε αυτό. Ας υποθεθεί ότι ο έλεγχος γίνεται στο πρώτο υποσύστημα και δεν εντοπίζεται η βλάβη. Ποια είναι η πιθανότητα να βρίσκεται η βλάβη στο υποσύστημα αυτό;

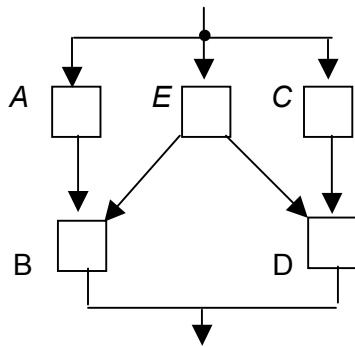
Απ.  $P=0.13$

## Κεφάλαιο 2

2-1. Να βρεθούν οι εκφράσεις της αξιοπιστίας του παρακάτω συστήματος με μονάδες που έχουν αξιοπιστία  $p$ , με:

1. Τη μέθοδο των διαδρομών
2. Τη μέθοδο των ομάδων διαχωρισμού
3. Τη μέθοδο των αμοιβαίως αποκλειόμενων διαδρομών
4. Τη μέθοδο των αμοιβαίως αποκλειόμενων ομάδων διαχωρισμού
5. Τη μέθοδο αποσύνθεσης κατά Bayess
6. Τη μέθοδο των δυαδικών διαγραμμάτων αποφάσεων

Επίσης να βρεθεί η έκφραση για το κάτω όριο της αξιοπιστίας του συστήματος.



2-2. Η μέση απαιτούμενη ηλεκτρική ισχύς ενός αεροσκάφους είναι 15kW, ενώ η μέγιστη τιμή της φθάνει τα 24kW. Όμως, σε περίπτωση ανάγκης, για την ασφαλή πλοήγηση και επικοινωνία του αεροσκάφους είναι αναγκαία μόνο 10kW. Οι γεννήτριες που επιλέγονται για την παραπάνω σχεδίαση είναι:

Οίκου κατασκευής Α των 10 kW

Οίκου κατασκευής Β των 15 kW

Οίκου κατασκευής Γ των 30 kW

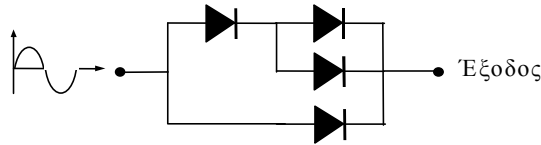
Να εξεταστεί ποια είναι η πλέον αξιόπιστη δομή για τις προαναφερθείσες απαιτήσεις ισχύος, δεδομένου ότι α) οι γεννήτριες όλων των οίκων κατασκευής έχουν αξιοπιστία  $p$  και β) είναι επιθυμητό για πρακτικούς λόγους να χρησιμοποιηθούν γεννήτριες του ίδιου κατασκευαστή.

2-3. Η πιθανότητα βλάβης ενός κινητήρα, κατά την πτήση ενός αεροσκάφους είναι  $q$ . Υποθέσατε ότι το αεροσκάφος μπορεί να συνεχίσει την πτήση του ακόμη και αν υποστεί βλάβη το πολύ το ήμισυ των κινητήρων του. Να εξεταστεί αν ένα τετρακινητήριο αεροσκάφος υπερέρχει, ως προς την πιθανότητα επιτυχίας του, από ένα δικινητήριο αεροσκάφος.

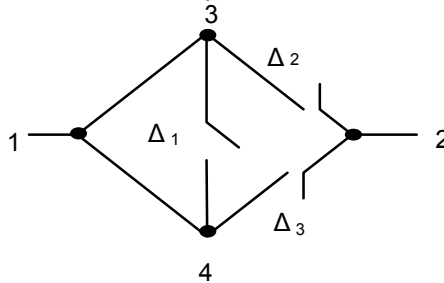
2-4. Ας θεωρηθούν δύο ανεξάρτητες μνήμες, Α και Β, που περιέχουν ίδιες λέξεις με  $k+1$  bits, εκ των οποίων ένα είναι το bit άρτιας ισοτιμίας. Κατά την ανάγνωση, διαβάζονται οι δύο αντίστοιχες λέξεις από τις δύο μνήμες. α) Αν και στις δύο λέξεις πληρούται ο έλεγχος ισοτιμίας, τότε η λέξη που λαμβάνεται είναι από τη μνήμη Α. β) Αν μόνο στη μία λέξη πληρούται ο έλεγχος ισοτιμίας, τότε η λέξη λαμβάνεται από τη μνήμη που την περιέχει. γ) Αν και στις δύο λέξεις δεν πληρούται ο

έλεγχος ισοτιμίας, τότε δε λαμβάνεται καμία λέξη. Αν κάθε bit έχει αξιοπιστία  $p$ , να υπολογιστεί η πιθανότητα να αναγνωστεί σωστά μία λέξη.

2-5. Να υπολογιστεί η πιθανότητα να υπάρχει ανορθωμένο σήμα στην έξοδο της παρακάτω διάταξης. Οι δίοδοι έχουν πιθανότητες  $q_0$  και  $q_s$ , αντίστοιχα, να υποστούν βλάβη ανοικτού και κλειστού κυκλώματος. Να γίνει εφαρμογή για  $q_0=0.1$  και  $q_s=0.2$ .



2-6. Η ηλεκτρική σύνδεση και αποσύνδεση μεταξύ των σημείων 1 και 2 στο παρακάτω διάταξη επιτυγχάνεται με μια από τις κατάλληλες επιλογές για την κατάσταση των διακοπών  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$ ,  $\Delta_3$ . Λαμβάνοντας υπόψη ότι οι διακόπτες μπορεί να υποστούν βλάβη τύπου «μόνιμα κλειστός» με πιθανότητα  $q_c$  τύπου «μόνιμα ανοικτός» με πιθανότητα  $q_o$  να υπολογιστεί η γενική έκφραση για την αξιοπιστία της διάταξης. Να γίνει εφαρμογή με  $q_c=0.1$  και  $q_o=0.3$ .



### Κεφάλαιο 3

3-1. Ένα σύστημα περιλαμβάνει δύο επεξεργαστές που επιτελούν τις ίδιες ακριβώς λειτουργίες ανά διαστήματα των 10 sec. Κάθε επεξεργαστής αυτοελέγχεται, με διαγνωστικές ρουτίνες ώστε, αν ανιχνευτεί μία βλάβη, να τεθεί εκτός λειτουργίας. Στην περίπτωση αυτή, το εξακολουθεί να λειτουργεί με τον εναπομένοντα επεξεργαστή. Αν  $P_d$  η πιθανότητα ανίχνευσης μιας βλάβης με διαγνωστικές ρουτίνες, και  $\lambda=10^{-8} \text{ hr}^{-1}$  ο ρυθμός βλαβών του κάθε επεξεργαστή, να σχεδιαστεί το διάγραμμα μετάβασης καταστάσεων και να δοθεί ο πίνακας μετάβασης καταστάσεων, με τρόπο ώστε να είναι δυνατόν να υπολογιστούν α) η αξιοπιστία του συστήματος, β) η πιθανότητα διακοπής της λειτουργίας του συστήματος και γ) η πιθανότητα της μη ασφαλούς λειτουργίας του συστήματος.

3-2. Στο σύστημα που περιγράφεται στο Πρόβλημα 16, να θεωρηθεί ότι αν οι διαγνωστικές ρουτίνες δε δείξουν βλάβη σε κανέναν επεξεργαστή, οι έξοδοι τους συγκρίνονται ώστε να διαπιστωθεί αν υπάρχει συμφωνία. Σε περίπτωση ασυμφωνίας, διακόπτεται από το χειριστή η λειτουργία του παραπάνω συστήματος. Αν  $P_c$  είναι η πιθανότητα ανίχνευσης της βλάβης με σύγκριση, να σχεδιαστεί το διάγραμμα μετάβασης καταστάσεων, με τρόπο ώστε να είναι δυνατόν να υπολογιστούν α) η αξιοπιστία του συστήματος, β) η πιθανότητα διακοπής της λειτουργίας του συστήματος και γ) η πιθανότητα της μη ασφαλούς λειτουργίας του συστήματος.

### Κεφάλαιο 4

4-1. Ένα παράλληλο σύστημα δύο όμοιων μονάδων, κάθε μία με  $\lambda=10^{-5} / \text{hr}$ , που υπόκειται σε απλή επιδιόρθωση (ένα συνεργείο επισκευής) με ρυθμό  $\mu=0.001/\text{hr}$  προορίζεται για μία αποστολή ενός έτους. Αν τα ζητούμενα είναι η αξιοπιστία και η διαθεσιμότητα του συστήματος, να καταστρωθούν τα κατάλληλα διαγράμματα μετάβασης καταστάσεων και οι πίνακες μετάβασης

καταστάσεων για μοντελοποίηση με: α) Μοντέλο Markov διακριτού χρόνου (με  $\Delta t$  της επιλογής σας) και β) Μοντέλο Markov συνεχούς χρόνου.

4-2. Να επαναληφθεί το πρόβλημα 4-1 με μοντέλο Markov συνεχούς χρόνου, δεχόμενοι ότι υπάρχει κοινό αίτιο βλάβης με ρυθμό  $\lambda_c = 10^{-8}/\text{hr}$  και δύο συνεργεία επισκευής.

4-3. Να βρεθεί η έκφραση της διαθεσιμότητας στην κατάσταση ισορροπίας συστήματος με δύο ανόμοιες μονάδες που λειτουργούν “παράλληλα”, με δυνατότητα απλής επιδιόρθωσης (από ένα μόνο συνεργείο επισκευών). Η επιδιόρθωση, ανά πάσα χρονική στιγμή, εφαρμόζεται ξεκινώντας από τη μονάδα που πιο πρόσφατα έχει υποστεί βλάβη. Οι ρυθμοί βλαβών και επισκευών των δύο μονάδων είναι αντίστοιχα  $\lambda$  και  $\mu$ . Να γίνει εφαρμογή για  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0.01/\text{hr}$  και  $\mu_1 = \mu_2 = 0.1/\text{hr}$ . Να σχεδιαστεί επίσης το διάγραμμα μετάβασης καταστάσεων για την περίπτωση παράλληλης επιδιόρθωσης.

4-4. Να βρεθεί η έκφραση της διαθεσιμότητας στην κατάσταση ισορροπίας συστήματος με δύο όμοιες μονάδες που λειτουργούν “παράλληλα”, με δυνατότητα απλής επιδιόρθωσης. Οι ρυθμοί βλαβών και επισκευών των δύο μονάδων είναι αντίστοιχα  $\lambda$ , και  $\mu$ . Να γίνει εφαρμογή για  $\lambda = 0.01/\text{hr}$  και  $\mu = 0.1/\text{hr}$ .

4-5. Να βρεθεί η έκφραση της διαθεσιμότητας στην κατάσταση ισορροπίας συστήματος με δύο όμοιες μονάδες που λειτουργούν “παράλληλα”, με δυνατότητα παράλληλης επιδιόρθωσης. Οι ρυθμοί βλαβών και επισκευών των δύο μονάδων είναι αντίστοιχα  $\lambda$  και  $\mu$ . Να γίνει εφαρμογή για  $\lambda = 0.01/\text{hr}$  και  $\mu = 0.1/\text{hr}$ .

4-6. Να βρεθεί ο χρόνος MTTF ενός παράλληλου συστήματος με δύο ανόμοιες μονάδες που όταν και οι δύο είναι σε λειτουργική κατάσταση έχουν ρυθμούς βλαβών  $\lambda_1$ . Αν όμως η μία από αυτές υποστεί βλάβη, τότε ο ρυθμός βλαβών αυτής που απομένει γίνεται  $\lambda_2$ . Να γίνει εφαρμογή με  $\lambda_1 = 0.01/\text{hr}$ ,  $\lambda_2 = 0.02/\text{hr}$ .

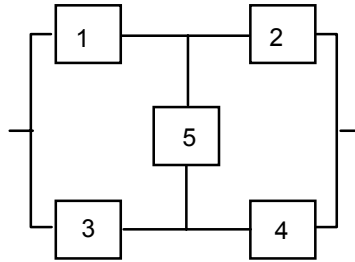
4-7. Να βρεθεί ο χρόνος MTTF ενός παράλληλου συστήματος με δύο ανόμοιες μονάδες που όταν και οι δύο είναι σε λειτουργική κατάσταση έχουν ρυθμούς βλαβών  $\lambda_1$ . Σε περίπτωση βλάβης της μίας μονάδας ο ρυθμός βλαβών αυτής που απομένει γίνεται  $\lambda_2$  ενώ η μονάδα που έχει υποστεί βλάβη υπόκειται σε επιδιόρθωση με ρυθμό  $\mu$ . Να γίνει εφαρμογή με  $\lambda_1 = 0.01/\text{hr}$ ,  $\lambda_2 = 0.02/\text{hr}$  και  $\mu = 0.1/\text{hr}$ .

4-8. Να βρεθούν οι γενικές εκφράσεις των χρόνοι MUT, MDT και MTBF παράλληλου συστήματος δύο όμοιων μονάδων με παράλληλη επιδιόρθωση των μονάδων του.

4-9. Στο παρακάτω σύστημα οι μονάδες που χρησιμοποιούνται έχουν τις διαθεσιμότητες και χρόνους MUT που φαίνονται στον πίνακα. Να υπολογιστεί ο χρόνος MTBF του συστήματος.

A/A	Διαθεσιμότητα	MUT (hr)
1	0.9800	196
2	0.9875	395
3	0.9500	285
4	0.9500	190
5	0.9850	788

4-10. Ας θεωρηθεί το παρακάτω σύστημα που περιλαμβάνει πέντε υποσυστήματα με  $A_1 = 0.94$ ,  $A_2 = 0.95$ ,  $A_3 = 0.96$ ,  $A_4 = 0.97$ ,  $A_5 = 0.98$  και  $u_1 = 275 \text{ hr}$ ,  $u_2 = 280 \text{ hr}$ ,  $u_3 = 285 \text{ hr}$ ,  $u_4 = 290 \text{ hr}$  και  $u_5 = 295 \text{ hr}$ . Να υπολογιστεί ο χρόνος MTBF του συστήματος.



## Κεφάλαιο 5

5-1. Να συγκριθούν η αξιοπιστία, για χρόνο αποστολής 10 hr, και οι χρόνοι MTTF: α) ενός παράλληλου συστήματος δύο όμοιων μονάδων, β) ενός συστήματος TMR, γ) ενός συστήματος Cold Standby 2 όμοιων μονάδων, δ) ενός συστήματος Cold Standby 2 όμοιων μονάδων με μεταγωγέα που έχει ρυθμό βλαβών  $\lambda_S=10^{-3}/hr$ . Υποθέσατε ότι ο ρυθμός βλαβών των μονάδων είναι  $\lambda=10^{-2}/hr$ .

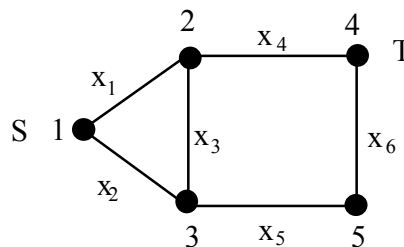
5-2. Να συγκριθούν οι χρόνοι MTTF ενός συστήματος Hot Standby με ιδανικό μεταγωγέα και ενός συστήματος Cold Standby, 3 όμοιων μονάδων με μεταγωγέα που έχει ρυθμό βλαβών  $\lambda_S=10^{-3}/hr$ . Υποθέσατε ότι ο ρυθμός βλαβών των μονάδων είναι  $\lambda=10^{-2}/hr$ .

5-3. Σε ένα σύστημα TMR κάθε μονάδα έχει ρυθμό βλαβών  $\lambda=10^{-2}/hr$  και μπορεί να επισκευάζεται ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες μονάδες με ρυθμό επιδιόρθωσης  $\mu=10^{-1}/hr$ . Να υπολογιστεί η γενική έκφραση της στιγμιαίας διαθεσιμότητας του συστήματος αυτού στο χρόνο  $t=100$  hr, και η τιμή της. Το κύκλωμα απόφασης της πλειοψηφίας έχει αξιοπιστία ίση με 0.999.

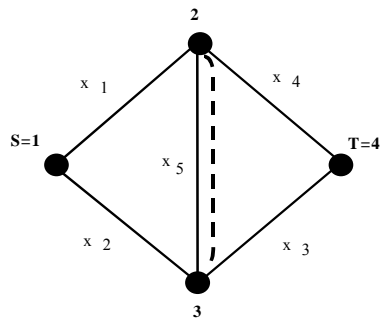
5-4. Δύο από τέσσερις όμοιους και ανεξάρτητους επεξεργαστές πρέπει να λειτουργούν σωστά προκειμένου ένα υπολογιστικό σύστημα να έχει τις απαιτούμενες επιδόσεις. Στο παραπάνω σύστημα, βρέθηκε ότι ο χρόνος MTFF είναι ίσος με 18000 hr. Να υπολογιστεί ο χρόνος MTFF που θα προκύψει αν οι τέσσερις επεξεργαστές αποτελέσουν τις μονάδες ενός υβριδικού συστήματος (3,1).

## Κεφάλαιο 6

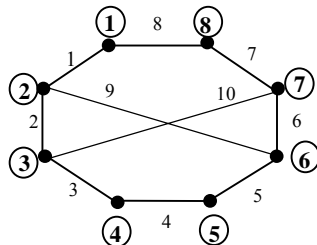
6-1. Στο παρακάτω δίκτυο να βρεθεί η συμβολική έκφραση της τερματικής αξιοπιστίας  $R_{S,T}$  και η τιμή της, με βάση α) τις αμοιβαίως αποκλειόμενες διαδρομές, β) με τις ελάχιστες ομάδες διαχωρισμού, γ) με αποσύνθεση κατά Bayes. Να υπολογιστεί επίσης το κάτω όριο της τερματικής αξιοπιστίας του δικτύου. Στη συνέχεια, ας υποτεθεί ότι δίνεται ένας πρόσθετος κλάδος (επίσης χωρίς κατεύθυνση) με αξιοπιστία  $p_x=0.77$  που μπορεί να συνδεθεί παράλληλα στον κλάδο  $x_3$  ή στον κλάδο  $x_4$ . Που πρέπει να συνδεθεί αυτός ο κλάδος ώστε να υπάρχει η μεγαλύτερη βελτίωση στην τερματική αξιοπιστία του δικτύου;. Οι αξιοπιστίες των κλάδων να ληφθούν ίσες με  $p=0.85$  και οι κόμβοι να θεωρηθούν ιδανικοί.



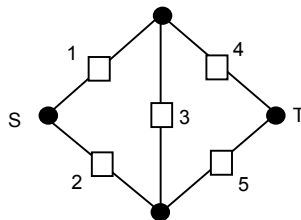
6-2. Στο δίκτυο του παρακάτω σχήματος υπάρχει πρόβλεψη για ένα εφεδρικό κλάδο τύπου cold Standby που σε περίπτωση βλάβης του κλάδου 5 μετάγει, με ιδανικό μεταγωγέα, τα δεδομένα μέσω του εφεδρικού κλάδου. Αν οι ρυθμοί βλαβών των κλάδων είναι  $0.0001/hr$ , να υπολογιστεί η τερματική αξιοπιστία μεταξύ των κόμβων S και T για 1000 ώρες λειτουργίας.



6-3. Με τη μέθοδο των απλοποιήσεων κατά Bayes, να υπολογιστεί η ολική αξιοπιστία του παρακάτω δικτύου, υποθέτοντας ότι οι κόμβοι είναι ιδανικοί (αξιόπιστοι) και ότι όλοι οι κλάδοι έχουν αξιοπιστίες ίσες με 0.9.

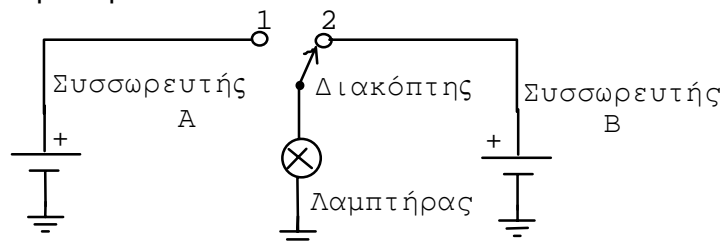


6-4. Στην παρακάτω διάταξη κάθε κλάδος (1 ως 5) περιλαμβάνει μία επαφή ενός ηλεκτρονόμου (relay). Οι καταστάσεις των επαφών είναι Ο (μόνιμα ανοικτοκυκλωμένη), Κ (μόνιμα βραχυκυκλωμένη) και G (επαφή σε καλή κατάσταση, δηλ. μπορεί κατά βούληση να ανοίξει ή να κλείσει). Οι πιθανότητες αστοχίας των επαφών σε βλάβη τύπου-Ο και σε βλάβη τύπου-Κ είναι αντίστοιχα  $q_o=0.1$  και  $q_k=0.2$ . Ζητείται να υπολογιστεί η πιθανότητα να μπορεί, κατά βούληση, να ανοικτοκυκλώνονται ή να βραχυκυκλώνονται τα κομβικά σημεία S, T.



### Κεφάλαιο 8

8-1. Το παρακάτω κύκλωμα περιλαμβάνει δύο συσσωρευτές, καθένας από τους οποίους χρησιμεύει για την παροχή τάσης στο λαμπτήρα. Αρχικά, ο διακόπτης βρίσκεται στη θέση 1, οπότε χρησιμοποιείται ο συσσωρευτής A. Σε περίπτωση βλάβης αυτού του συσσωρευτή, ο διακόπτης γυρίζει από τη θέση 1 στη θέση 2. Υποτίθεται ότι ο διακόπτης μπορεί να υποστεί δύο ειδών βλάβες που είναι: α) να είναι μόνιμα κλειστός, όταν είναι στη θέση 1 και β) να είναι μόνιμα ανοικτός, όταν είναι στη θέση 2.



Να εκτιμηθεί η πιθανότητα του γεγονότος να μην υπάρχει φωτισμός. Να επαναληφθεί ο υπολογισμός υποθέτοντας ότι αρχικά ο διακόπτης βρίσκεται στη θέση 2. Τα πρωτεύοντα γεγονότα και οι αντίστοιχες πιθανότητές τους είναι:

L	Βλάβη λαμπτήρα	$q_L = 0.15$
A	Βλάβη συσσωρευτή 1	$q_A = 0.10$
B	Βλάβη συσσωρευτή 2	$q_B = 0.10$
E	Διακόπτης μόνιμα κλειστός στη θέση 1	$q_E = 0.20$
F	Διακόπτης μόνιμα ανοικτός στη θέση 2	$q_F = 0.30$