# ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ

## Κεφάλαιο 1

**1-1.** Ένα ηλεκτρονικό εξάρτημα έχει σταθερό ρυθμό βλαβών ίσο με 0.5% /1000hr και η ωφέλιμη περίοδος ζωής του είναι 100000 hr. α) Αν το εξάρτημα έχει επιβιώσει για 90000 hr, ποια είναι η πιθανότητα επιβίωσής του τις επόμενες 100hr; β) Αν σε ένα σύστημα υπάρχουν 10000 τέτοια εξαρτήματα, πόσες βλάβες αναμένονται σε 100hr λειτουργίας;

$\lambda=0.5\text{x } 10^{-5}/\text{ hr}$
$R=e^{-\lambda x100}= 0.9995$
$N_f=N_0\text{-}N=10000\text{-}10000xR= 5$ βλάβες

**1-2.** Μία ηλεκτρονική διάταξη περιλαμβάνει τα 301 εξαρτήματα που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα. Δεδομένου ότι ο χρόνος αποστολής της διάταξης είναι 35 ώρες, να εξεταστεί αν πληρούται η απαίτηση για αξιοπιστία τουλάχιστον ίση με 0.99.

| Είδος Εξαρτήμ. | Αριθμ. Εξαρτημ. | λ Βλάβ./hr x10E-5 |
|---|---|---|
| Τρανζίστορ | 129 | 0.10 |
| Δίοδος | 35 | 0.04 |
| Αντίσταση | 68 | 0.11 |
| Πυκνωτής | 45 | 0.12 |
| Διακόπτης | 9 | 0.55 |
| Μετασχ/τής | 3 | 0.35 |
| Ηλεκ/νόμος | 12 | 0.65 |

| **Είδος Εξαρτήμ.** | **Αριθμ. Εξαρτημ.** | **λ Βλάβ./hr x10E-5** | **$x10^{-5}$** |
|---|---|---|---|
| Τρανζίστορ | 129 | 0.10 | 12.9 |
| Δίοδος | 35 | 0.04 | 1.4 |
| Αντίσταση | 68 | 0.11 | 7.48 |
| Πυκνωτής | 45 | 0.12 | 5.4 |
| Διακόπτης | 9 | 0.55 | 4.95 |
| Μετασχ/τής | 3 | 0.35 | 1.05 |
| Ηλεκ/νόμος | 12 | 0.65 | 7.8 |
| $\lambda_s$ | | | **40.98** |

$m_s=1/\lambda_s=2440$ hrs
$R(35 \text{ hrs})=0.985 <0.9$

**1-3.** Ένα ραντάρ έχει μέσο χρόνο φθοράς $T_M$ = 10000hr που ακολουθεί την κανονική κατανομή με τυπική απόκλιση 1000hr. Να υπολογιστεί η αξιοπιστία του ραντάρ για χρόνο λειτουργίας 400hr αν α) η ηλικία του είναι 9000hr και β) η ηλικία του είναι 11000hr.

Από τη σχ. (1-6): $\Pr\{A \mid B\}=\dfrac{\Pr\{A\cap B\}}{\Pr\{B\}}=\dfrac{\Pr\{A\}\cdot\Pr\{B\mid A\}}{\Pr\{B\}}$

Με τη βοήθεια του πίνακα 1.1 λαμβάνεται:

$$R = \Pr\{t \geq 9400 \mid t \geq 9000\} = \frac{\Pr\{t \geq 9400\} \cdot \Pr\{9000 \mid t \geq 9400\}}{\Pr\{t \geq 9000\}}\}$$

$$= \frac{(1-\Pr\{t < 9400) \cdot 1}{1-\Pr\{t < 9000\}} = \frac{1-\Phi\left(\frac{9400-10000}{1000}\right)}{1-\Phi\left(\frac{9000-10000}{1000}\right)} = \frac{1-\Phi(\frac{-600}{1000})}{1-\Phi(\frac{-1000}{1000})} \frac{1-\Phi(-0.6)}{1-\Phi(-1)}$$

$$= \frac{\int_{T_{M-0.6s}}^{\infty} f(t)dt}{\int_{T_{M-s}}^{\infty} f(t)dt} = \frac{\Phi(0.6)}{\Phi(1)} = \frac{0.7257}{0.8413} = 0.86259$$

α) $P(t \geq 9400 \mid t > 9000) = 0.86259$ , β) $P(t \geq 11400 \mid t > 11000) = 0.509$

**Πίν. 1.1: Τιμές Κανονικοποιημένης Κανονικής Κατανομής Φ(x)**

| $\frac{X-\mu}{\sigma}$ | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.0 | 0.5000 | 0.5040 | 0.5080 | 0.5120 | 0.5160 | 0.5199 | 0.5239 | 0.5279 | 0.5319 | 0.5359 |
| 0.1 | 0.5398 | 0.5438 | 0.5478 | 0.5517 | 0.5577 | 0.5596 | 0.5636 | 0.5675 | 0.5714 | 0.5753 |
| 0.2 | 0.5793 | 0.5832 | 0.5871 | 0.5910 | 0.5948 | 0.5987 | 0.6026 | 0.6064 | 0.6103 | 0.6141 |
| 0.3 | 0.6179 | 0.6217 | 0.6255 | 0.6293 | 0.6331 | 0.6368 | 0.6406 | 0.6443 | 0.6480 | 0.6517 |
| 0.4 | 0.6574 | 0.6591 | 0.6628 | 0.6664 | 0.6700 | 0.6736 | 0.6772 | 0.6808 | 0.6844 | 0.6879 |
| 0.5 | 0.6915 | 0.6950 | 0.6985 | 0.7019 | 0.7054 | 0.7088 | 0.7123 | 0.7157 | 0.7190 | 0.7224 |
| 0.6 | 0.7257 | 0.7291 | 0.7324 | 0.7357 | 0.7389 | 0.7422 | 0.7454 | 0.7486 | 0.7517 | 0.7549 |
| 0.7 | 0.7580 | 0.7611 | 0.7642 | 0.7673 | 0.7704 | 0.7734 | 0.7764 | 0.7794 | 0.7823 | 0.7852 |
| 0.8 | 0.7881 | 0.7910 | 0.7939 | 0.7967 | 0.7995 | 0.8023 | 0.8051 | 0.8079 | 0.8106 | 0.8133 |
| 0.9 | 0.8159 | 0.8186 | 0.8212 | 0.8238 | 0.8264 | 0.8289 | 0.8315 | 0.8340 | 0.8365 | 0.8389 |
| 1.0 | 0.8413 | 0.8438 | 0.8461 | 0.8485 | 0.8508 | 0.8531 | 0.8554 | 0.8577 | 0.8599 | 0.8621 |
| 1.1 | 0.8643 | 0.8665 | 0.8686 | 0.8708 | 0.8729 | 0.8749 | 0.8770 | 0.8790 | 0.8810 | 0.8830 |
| 1.2 | 0.8849 | 0.8869 | 0.8888 | 0.8907 | 0.8925 | 0.8944 | 0.8962 | 0.8980 | 0.8997 | 0.9015 |
| 1.3 | 0.9032 | 0.9049 | 0.9066 | 0.9082 | 0.9099 | 0.9115 | 0.9131 | 0.9147 | 0.9162 | 0.9177 |
| 1.4 | 0.9192 | 0.9207 | 0.9222 | 0.9236 | 0.9251 | 0.9265 | 0.9279 | 0.9292 | 0.9306 | 0.9319 |
| 1.5 | 0.9332 | 0.9345 | 0.9357 | 0.9370 | 0.9382 | 0.9394 | 0.9406 | 0.9418 | 0.9429 | 0.9441 |
| 1.6 | 0.9452 | 0.9463 | 0.9474 | 0.9484 | 0.9495 | 0.9505 | 0.9515 | 0.9525 | 0.9535 | 0.9545 |
| 1.7 | 0.9554 | 0.9564 | 0.9573 | 0.9582 | 0.9591 | 0.9599 | 0.9608 | 0.9616 | 0.9625 | 0.9633 |
| 1.8 | 0.9641 | 0.9649 | 0.9656 | 0.9664 | 0.9671 | 0.9678 | 0.9686 | 0.9693 | 0.9699 | 0.9706 |
| 1.9 | 0.9713 | 0.9719 | 0.9726 | 0.9732 | 0.9738 | 0.9744 | 0.9750 | 0.9756 | 0.9761 | 0.9767 |
| 2.0 | 0.9773 | 0.9778 | 0.9783 | 0.9788 | 0.9793 | 0.9798 | 0.9803 | 0.9808 | 0.9812 | 0.9817 |
| 2.1 | 0.9821 | 0.9826 | 0.9830 | 0.9834 | 0.9838 | 0.9842 | 0.9846 | 0.9850 | 0.9854 | 0.9857 |
| 2.2 | 0.9861 | 0.9864 | 0.9868 | 0.9871 | 0.9875 | 0.9878 | 0.9881 | 0.9884 | 0.9887 | 0.9890 |
| 2.3 | 0.9893 | 0.9896 | 0.9898 | 0.9901 | 0.9904 | 0.9906 | 0.9909 | 0.9911 | 0.9913 | 0.9916 |
| 2.4 | 0.9918 | 0.9920 | 0.9922 | 0.9925 | 0.9927 | 0.9929 | 0.9931 | 0.9932 | 0.9934 | 0.9936 |
| 2.5 | 0.9938 | 0.9940 | 0.9941 | 0.9943 | 0.9945 | 0.9946 | 0.9948 | 0.9949 | 0.9951 | 0.9952 |
| 2.6 | 0.9953 | 0.9955 | 0.9956 | 0.9957 | 0.9959 | 0.9960 | 0.9961 | 0.9962 | 0.9963 | 0.9964 |
| 2.7 | 0.9965 | 0.9966 | 0.9967 | 0.9968 | 0.9969 | 0.9970 | 0.9971 | 0.9972 | 0.9973 | 0.9974 |
| 2.8 | 0.9974 | 0.9975 | 0.9976 | 0.9977 | 0.9977 | 0.9978 | 0.9979 | 0.9979 | 0.9980 | 0.9981 |
| 2.9 | 0.9981 | 0.9982 | 0.9983 | 0.9983 | 0.9984 | 0.9984 | 0.9985 | 0.9985 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.0 | 0.99865 | 0.99869 | 0.99874 | 0.99878 | 0.99882 | 0.99886 | 0.99889 | 0.99893 | 0.99896 | 0.99900 |
| 3.1 | 0.99903 | 0.99906 | 0.99910 | 0.99913 | 0.99915 | 0.99918 | 0.99921 | 0.99924 | 0.99926 | 0.99929 |
| 3.2 | 0.99931 | 0.99934 | 0.99936 | 0.99938 | 0.99940 | 0.99942 | 0.99944 | 0.99946 | 0.99948 | 0.99950 |
| 3.3 | 0.99952 | 0.99953 | 0.99955 | 0.99957 | 0.99958 | 0.99960 | 0.99961 | 0.99962 | 0.99964 | 0.99965 |
| 3.4 | 0.99966 | 0.99967 | 0.99969 | 0.99970 | 0.99971 | 0.99972 | 0.99973 | 0.99974 | 0.99975 | 0.99976 |
| 3.5 | 0.99977 | 0.99978 | 0.99978 | 0.99979 | 0.99980 | 0.99981 | 0.99981 | 0.99982 | 0.99983 | 0.99983 |

**1-4.** Σε ένα τηλεπικοινωνιακό σταθμό χρησιμοποιούνται 6 πομποί και 12 δέκτες. Από τα υπάρχοντα δεδομένα έχει προκύψει ότι ένα πομπός έχει MTTF ίσο με 191hr, ενώ χρόνος αυτός για το δέκτη είναι 5805hr. Προκειμένου να καθοριστούν οι ανάγκες συντήρησης του σταθμού, ζητείται να προσδιοριστεί ο αριθμός των αναμενομένων βλαβών ανά 100hr λειτουργίας.

$\lambda_\Pi$= 1/191=5.235 x $10^{-3}$ /hr
$\lambda_\Delta$= 1/5805=0.1722 x $10^{-3}$ /hr

$\Sigma\lambda_\Pi$=6x $\lambda_\Pi$=31.41 x $10^{-3}$ /hr

$\Sigma\lambda_{\Delta}$=12x $\lambda_{\Delta}$=2.066 x $10^{-3}$ /hr
$\lambda_S$=33.476 x $10^{-3}$ /hr
$m_S$= 29.87 hr

Κατά μέσον όρο συμβαίνει μία βλάβη καθε περίπου 30 hr. Σε 100 hr θα είναι:
$N_F$=100/29.87=3.34 βλάβες.

**1-5.** Σε μία μεταβίβαση δεδομένων μεταξύ ενός πομπού και ενός δέκτη η πιθανότητα ενός αποστελλόμενου bit που είναι 0 να ληφθεί σαν 0 είναι $p_{00}$ = 0.95 και η αντίστοιχη πιθανότητα του 1 είναι $p_{11}$ =0.90. Αν η πιθανότητα εκπομπής του 0 είναι ίση με 0.40, να υπολογιστούν α) η πιθανότητα λήψης του 1, β) η πιθανότητα ότι στάλθηκε το 1 δεδομένου ότι λήφθηκε το 1.

Pr{Λ0 | E0}=0.95

Pr{Λ1 | E1}=0.90

Pr{E0 }=0.4

Pr{E1 }=0.6

Pr{Λ0 | E1}=1- Pr{Λ0 | E0}=0.05

Pr{Λ1 | E0}=1- Pr{Λ1 | E1}=0.1

α)
Pr{Λ1}=Pr{Λ1 | E1}x Pr{1} + Pr{Λ1 | E0}x Pr{0}
= 0.90 x0.6 + 0.05 x 0.4 = 0.56
β)
Pr{E1 | Λ1}= $\dfrac{\Pr\{E1\}\cdot\Pr\{\Lambda 1\,|\,\mathrm{E}1\}}{\Pr\{\Lambda 1\}} = \dfrac{0.6x0.9}{0.56} = 0.964$

**1-6.** Ένα σύστημα περιλαμβάνει δύο υποσυστήματα που έχουν χρόνους βλαβών με εκθετική κατανομή και κύκλους εργασίας, αντίστοιχα 1/3 και 2/3. Από ελέγχους βρέθηκε ότι για ένα έτος συνεχούς λειτουργίας οι αξιοπιστίες των υποσυστημάτων είναι, αντίστοιχα, 0.90 και 0.80. Να υπολογιστεί η αξιοπιστία του συστήματος για χρόνο λειτουργίας τριών ετών.

$R=e^{-\lambda t}$
$lnR=-\lambda t$

$$\lambda = \frac{-\ln R}{t}$$

$$\lambda_{\mathrm{A}} = \frac{-\ln(0.9)}{1000} = 105.36x10^{-6}\ /\ hr$$

$\lambda_B$=223.14 x $10^{-6}$ /hr

T=8640 x 3= 25920 hr

$T_A$ (1/3) x 25920=8640 hr
$T_B$ (2/3) x 25920=17280 hr

$R_A$= 0.402
$R_B$= 0.162
$R_0$= $R_AR_B$=0.065

**1-7**. Η μη ικανοποιητική λειτουργία ενός συστήματος οφείλεται στη βλάβη ενός εξαρτήματος, που είναι εξ' ίσου πιθανό να βρίσκεται σε ένα από τα τρία υποσυστήματά ($\Sigma_i$, i=1, 2, 3). Η πιθανότητα εντοπισμού της βλάβης στο υποσύστημα $\Sigma_i$ είναι $p_i$=0.7, i=1, 2, 3, όταν πράγματι η βλάβη είναι σε αυτό. Ας υποτεθεί ότι ο έλεγχος γίνεται στο πρώτο υποσύστημα και δεν εντοπίζεται η βλάβη. Ποια είναι η πιθανότητα να βρίσκεται η βλάβη στο υποσύστημα αυτό;

*$B_i$= Γεγονός βλάβης υποσυστ. I*
*E= Γεγονός ότι ο έλεγχος στο πρώτο υποσύστημα δεν εντοπίζει τη βλάβη*

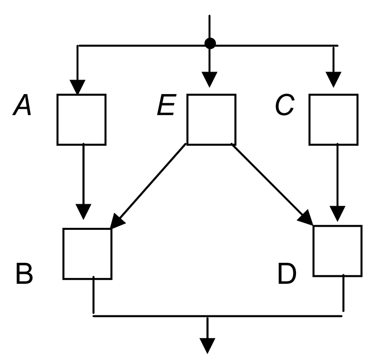
$$\Pr\{B_1 \mid E\} = \frac{\Pr\{B_1\}\cdot\Pr\{E \mid B_1\}}{\Pr\{E\}} = \frac{\frac{1}{3}\cdot(1-p_1)}{(1-p_1)\cdot\frac{1}{31}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}} = \frac{1-p_1}{3-p_1} = \frac{0.3}{2.3} = 0.13$$

**Κεφάλαιο 2**

***2-1**. Να βρεθούν οι εκφράσεις της αξιοπιστίας του παρακάτω συστήματος με μονάδες που έχουν αξιοπιστία p= 0.8:*

1. *Τη μέθοδο των διαδρομών*
2. *Τη μέθοδο των ομάδων διαχωρισμού*
3. *Τη μέθοδο των αμοιβαίως αποκλειόμενων διαδρομών*
4. *Τη μέθοδο των αμοιβαίως αποκλειόμενων ομάδων διαχωρισμού*
5. *Τη μέθοδο αποσύνθεσης κατά Bayes*
6. *Τη μέθοδο των δυαδικών διαγραμμάτων αποφάσεων*

*Επίσης να βρεθεί η έκφραση για το κάτω όριο αξιοπιστίας του συστήματος.*




<u>1. Με τ*η μέθοδο των διαδρομών*</u>
Υπάρχουν 4 διαδρομές. Μετά από πράξεις: $R = 4p^2 - 3p^3 - p^4 + p^5$
Με p=0.8: R=0.94208

<u>2. Με ελάχιστες ομάδες διαχωρισμού</u>
Με βάση τις διαδρομές και στη συνέχεια με εφαρμογή της άλγεβρας Boole, βρίσκονται οι ελάχιστες ομάδες διαχωρισμού: $\overline{S} = \overline{B}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{C}\,\overline{E} + \overline{A}\,\overline{D}E + \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{E}$
Με q=0.2: R≥1-$q^2$-3$q^3$ =0.936 (κάτω όριο αξιοπιστίας)

<u>3. Με *αμοιβαίως αποκλειόμενες Διαδρομές*</u>
Με εφαρμογή της άλγεβρας Boole, μετά από διαδοχικές αναπτύξεις και απλοποιήσεις. βρίσκονται οι παρακάτω 7 αμοιβαίως αποκλειόμενες διαδρομές:

$$S = AB + \overline{A}CD + A\overline{B}DE + \overline{A}B\overline{C}E + \overline{A}BC\overline{D}E + A\overline{B}CD\overline{E} + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}DE$$

Με p=0.8, q=02: R=0.94208

4. Αμοιβαίως αποκλειόμενες Ομάδες Διαχωρισμού

Με εφαρμογή της άλγεβρας Boole, βρίσκονται οι παρακάτω 4 αμοιβαίως αποκλειόμενες ομάδες διαχωρισμού:

$$\overline{S} = \overline{B}\,\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}\,\overline{E} + \overline{B}\,\overline{C}D\overline{E} + \overline{A}BC\overline{D}\,\overline{E}$$

Με p=0.8, q=02: Q=0.05792 και R=1-Q=0.94208

5. Με τη μέθοδο αποσύνθεσης κατά Bayes

Επιλέγεται η μονάδα Ε. Η έκφραση της αξιοπιστίας είναι:

$$R = (2p - p^2)\cdot p + (2p^2 - p^4)\cdot(1 - p) = 4p^2 - 3p^3 - p^4 + p^5$$

6. Με τη μέθοδο των δυαδικών διαγραμμάτων αποφάσεων

Βλ. σύγγραμμα, σελ. 74.

**2-2.** Η μέση απαιτούμενη ηλεκτρική ισχύς ενός αεροσκάφους είναι 15 kW, ενώ η μέγιστη τιμή της φθάνει τα 24 kW. Όμως, σε περίπτωση ανάγκης, για την ασφαλή πλοήγηση και επικοινωνία του αεροσκάφους είναι αναγκαία μόνο 10 kW. Οι γεννήτριες που επιλέγονται για την παραπάνω σχεδίαση είναι:
Οίκου κατασκευής Α των 10 kW
Οίκου κατασκευής Β των 15 kW
Οίκου κατασκευής Γ των 30 kW
Να εξεταστεί ποια είναι η πλέον αξιόπιστη δομή για τις προαναφερθείσες απαιτήσεις ισχύος, δεδομένου ότι α) οι γεννήτριες όλων των οίκων κατασκευής έχουν αξιοπιστία p=0.95 και β) είναι επιθυμητό για πρακτικούς λόγους να χρησιμοποιηθούν γεννήτριες του ιδίου κατασκευαστή.

Για την ικανοποίηση των απαιτήσεων μπορεί να χρησιμοποιηθούν από μία ως τρεις γεννήτριες:

| | **24 kW** | **15 kW** | **10 kW** |
|---|---|---|---|
| **Με μια Γεν. 30 kW** | Σειράς<br>p=0.95 | Σειράς<br>p=0.95 | Σειράς<br>p=0.95 |
| **Με δύο Γεν. 15 kW** | Σειράς<br>$p^2$=0.902 | 1-από-2<br>(παραλ. 2 μονάδων)<br>$2p-p^2$=0.997 | 1-από-2<br>(παραλ. 2 μονάδων)<br>$2p-p^2$=0.997 |
| **Με τρείς Γεν. 10 kW** | Σειράς<br>$p^3$=0.857 | 2-από-3<br>$3p^2-2p^3$=0.992 | 1-από-3<br>(παραλ. 3 μονάδων)<br>$1-(1-p)^3=3p-3p^2+p^3$<br>=0.999 |

**2-3**. Η πιθανότητα βλάβης ενός κινητήρα, κατά την πτήση ενός αεροσκάφους είναι q. Υποθέσατε ότι το αεροσκάφος μπορεί να συνεχίσει την πτήση του ακόμη και αν υποστεί βλάβη το πολύ το ήμισυ των κινητήρων του. Να εξεταστεί αν ένα τετρακινητήριο αεροσκάφος υπερέχει, ως προς την πιθανότητα επιτυχίας του, από ένα δικινητήριο αεροσκάφος.

Για το τετρακινητήριο: $R_4 = \binom{4}{2} p^2 (1-p)^2 + \binom{4}{3} p^3 (1-p) + \binom{4}{4} p^4 = 3p^4 - 8p^3 + 6p^2$

Για το δικινητήριο : $R_2 = \binom{2}{1} p(1-p) + \binom{2}{2} p^2 = 2p - p^2$

Είναι : $R_4 - R_2 = 3p^4 - 8p^3 + 7p^2 - 2p = (p-1)^2(3p-2)$

Συνεπώς, με p>2/3 θα ισχύει ότι $R_4 > R_2$, ενώ με p<2/3 θα ισχύει ότι $R_2 > R_4$.

**2-4**. Ας θεωρηθούν δύο ανεξάρτητες μνήμες, Α και Β, που περιέχουν ίδιες λέξεις με k+1 bits, εκ των οποίων ένα είναι το bit άρτιας ισοτιμίας. Κατά την ανάγνωση, διαβάζονται οι δύο αντίστοιχες λέξεις από τις δύο μνήμες. α) Αν και στις δύο λέξεις πληρούται ο έλεγχος ισοτιμίας, τότε η λέξη που λαμβάνεται είναι από τη μνήμη Α. β) Αν μόνο στη μία λέξη πληρούται ο έλεγχος ισοτιμίας, τότε η λέξη λαμβάνεται από τη μνήμη στη οποία πληρούται ο έλεγχος ισοτιμίας. γ) Αν και στις δύο λέξεις δεν πληρούται ο έλεγχος ισοτιμίας, τότε δε λαμβάνεται καμία λέξη. Αν κάθε bit έχει αξιοπιστία p, να υπολογιστεί η πιθανότητα να αναγνωστεί σωστά μία λέξη.

Ας οριστούν τα γεγονότα:
$R_A$ : Ορθή ανάγνωση από μνήμη Α
$R_B$ : Ορθή ανάγνωση από μνήμη Β
R : Σωστή ανάγνωση λέξης

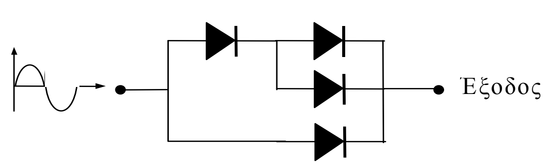
Τότε είναι:

R=Pr{$R_A$}+Pr$R_B$}-Pr{$R_A$}Pr{$R_B$}= Pr{$R_A$}+Pr$R_B$}

=Pr{0 Σφαλμ. Σε Α}+Pr{περιττός αριθ. Σφαλμ. σε Α}Pr{0 Σφάλμ. Σε Β}

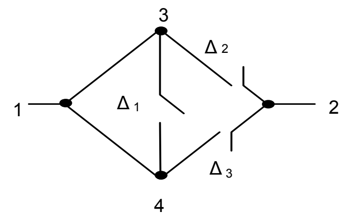
$$= p^{k+1} + \left( \sum_{i=\pi\varepsilon\rho\iota\tau\tau\acute{o}\varsigma}^{\kappa+1} \binom{k+1}{i} p^{k+1-i} (1-p)^i \right) p^{k+1} = p^{k+1} \left( 1 + \sum_{i=\pi\varepsilon\rho\iota\tau\tau\acute{o}\varsigma}^{\kappa+1} \binom{k+1}{i} p^{k+1-i} (1-p)^i \right)$$

**2-5**. Να υπολογιστεί η πιθανότητα να υπάρχει ανορθωμένο σήμα στην έξοδο της παρακάτω διάταξης. Οι δίοδοι έχουν πιθανότητες $q_0$ και $q_s$, αντίστοιχα, να υποστούν βλάβη ανοικτού και κλειστού κυκλώματος. Να γίνει εφαρμογή για $q_0$=0.1 και $q_s$=0.2.




Μετά από διαδοχικές συμπτύξεις (σειράς-παράλληλα) προκύπτει: R=0.7315

**2-6**. Η ηλεκτρική σύνδεση και αποσύνδεση μεταξύ των σημείων 1 και 2 στο παρακάτω διάταξη επιτυγχάνεται με μια από τις κατάλληλες επιλογές για την κατάσταση των διακοπτών $Δ_1$, $Δ_2$, $Δ_3$. Λαμβάνοντες υπόψη ότι οι διακόπτες μπορεί να υποστούν βλάβη τύπου «μόνιμα κλειστός» με πιθανότητα $q_c$ τύπου «μόνιμα ανοικτός» με πιθανότητα $q_o$ να υπολογιστεί η γενική έκφραση για την αξιοπιστία της διάταξης. Να γίνει εφαρμογή με $q_c$=0.1 και $q_o$=0.3.




Ο διακόπτης $Δ_1$ δεν επηρεάζει την αξιοπιστία της διάταξης. Η έκφραση της τερματικής αξιοπιστίας για κλάδους 2 καταστάσεων είναι $R_T=2p-p^2$. Θέτοντας στη σχέση αυτή $p \rightarrow p+q_c=0.7$, λαμβάνεται $R_T=0.91$. Συνεπώς, για το δίκτυο 3 καταστάσεων είναι $Q_o=1-R_T=0.09$. Αν στην προηγούμενη σχέση τεθεί $p \rightarrow q_c$, τότε $R_T=0.19$, οπότε για το δίκτυο 3 καταστάσεων είναι $Q_S=0.19$ και $R=1-Q_o-Q_S=0.72$.

## Κεφάλαιο 3

**3-1**. Ένα σύστημα περιλαμβάνει δύο επεξεργαστές που επιτελούν τις ίδιες ακριβώς λειτουργίες ανά διαστήματα των 10 sec. Κάθε επεξεργαστής αυτοελέγχεται, με διαγνωστικές ρουτίνες ώστε, αν ανιχνευτεί μία βλάβη, να τεθεί εκτός λειτουργίας. Στην περίπτωση αυτή, το σύστημα εξακολουθεί να λειτουργεί με τον εναπομένοντα επεξεργαστή. Αν $P_d$ η πιθανότητα ανίχνευσης μιας βλάβης με διαγνωστικές ρουτίνες, και $λ=10^{-8}$ $hr^{-1}$ ο ρυθμός βλαβών του κάθε επεξεργαστή, να σχεδιαστεί το διάγραμμα μετάβασης καταστάσεων και να δοθεί ο πίνακας των πιθανοτήτων μετάβασης καταστάσεων, με τρόπο ώστε να είναι δυνατόν να υπολογιστούν α) η αξιοπιστία του συστήματος, β) η πιθανότητα διακοπής της λειτουργίας του και γ) η πιθανότητα της μη ασφαλούς λειτουργίας του.

Βλ. Κεφ. 3

**3-2**. Στο σύστημα που περιγράφεται στο Πρόβλημα 16, να θεωρηθεί ότι αν οι διαγνωστικές ρουτίνες δε δείξουν βλάβη σε κανέναν επεξεργαστή, οι έξοδοι τους συγκρίνονται ώστε να διαπιστωθεί αν υπάρχει συμφωνία. Σε περίπτωση ασυμφωνίας, διακόπτεται από το χειριστή η λειτουργία του παραπάνω συστήματος. Αν $P_c$ είναι η πιθανότητα ανίχνευσης της βλάβης με σύγκριση, να σχεδιαστεί το διάγραμμα μετάβασης καταστάσεων, με τρόπο ώστε να είναι δυνατόν να υπολογιστούν α¨η αξιοπιστία του συστήματος, β) η πιθανότητα διακοπής της λειτουργίας του συστήματος και γ) η πιθανότητα της μη ασφαλούς λειτουργίας του συστήματος.

Βλ. Κεφ. 3

## Κεφάλαιο 4

**4-1**. Ένα παράλληλο σύστημα δύο όμοιων μονάδων, κάθε μία με $λ=10^{-5}$ /hr, που υπόκειται σε απλή επιδιόρθωση (ένα συνεργείο επισκευής) με ρυθμό μ=0.001/hr προορίζεται για μία αποστολή ενός έτους. Αν τα ζητούμενα είναι η αξιοπιστία και η διαθεσιμότητα του συστήματος, να καταστρωθούν τα κατάλληλα διαγράμματα μετάβασης καταστάσεων και οι πίνακες μετάβασης καταστάσεων για μοντελοποίηση με: α) Μοντέλο Markov διακριτού χρόνου (με Δt της επιλογής σας) και β) Μοντέλο Markov συνεχούς χρόνου.

Σημ. Για το μοντέλο διακριτού χρόνου $Δt= 24x10^{-5}$ και ο αριθμός βημάτων είναι 365.

**4-2**. Να επαναληφθεί το πρόβλημα 4-1 με μοντέλο Markov συνεχούς χρόνου, δεχόμενοι ότι υπάρχει κοινό αίτιο βλάβης με ρυθμό $λ_c=10^{-8}$/hr και δύο συνεργεία επισκευής.

Βλ. σελ. 146

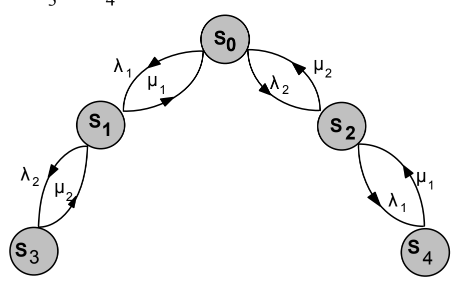
**4-3**. Να βρεθεί η έκφραση της διαθεσιμότητας στην κατάσταση ισορροπίας συστήματος με δύο ανόμοιες μονάδες που λειτουργούν “παράλληλα”, με δυνατότητα απλής επιδιόρθωσης (από ένα μόνο συνεργείο επισκευών). Η επιδιόρθωση, ανά πάσα χρονική στιγμή, εφαρμόζεται ξεκινώντας από τη μονάδα που πιο πρόσφατα έχει υποστεί βλάβη. Οι ρυθμοί βλαβών και επισκευών των δύο μονάδων είναι αντίστοιχα λ και μ. Να γίνει εφαρμογή για $\lambda_1=\lambda_2=0.01/hr$ και $\mu_1=\mu_2=0.1/hr$. Να σχεδιαστεί επίσης το διάγραμμα μετάβασης καταστάσεων για την περίπτωσης παράλληλης επιδιόρθωσης.

Για την περίπτωση αυτή ισχύει το διάγραμμα μεταβάσεων του παρακάτω σχήματος. Από το διάγραμμα αυτό, οι σχέσεις μεταξύ των πιθανοτήτων στην κατάσταση ισορροπίας είναι:

$$(\lambda_1+\lambda_2)P_0=\mu_1P_1+\mu_2P_2$$
$$(\lambda_2+\mu_1)P_1=\lambda_1P_0+\mu_2P_3$$
$$(\lambda_1+\mu_2)P_2=\lambda_2P_0+\mu_1P_4$$
$$\mu_2P_3=\lambda_2P_1$$
$$\mu_1P_4=\lambda_1P_2$$

με

$$P_0+P_1+P_2+P_3+P_4=1$$




Με επίλυση των παραπάνω λαμβάνονται:

$$P_0=\frac{\mu_1\mu_2}{\mu_1\mu_2+\lambda_1\mu_2+\lambda_2\mu_1+2\lambda_1\lambda_2}$$
$$P_1=\frac{\lambda_1\mu_2}{\mu_1\mu_2+\lambda_1\mu_2+\lambda_2\mu_1+2\lambda_1\lambda_2}$$
$$P_2=\frac{\lambda_2\mu_1}{\mu_1\mu_2+\lambda_1\mu_2+\lambda_2\mu_1+2\lambda_1\lambda_2}$$

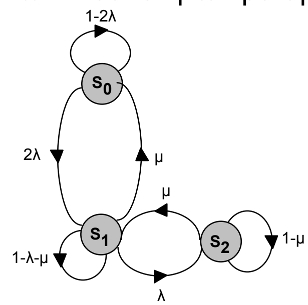
$$P_3=P_4=\frac{\lambda_1\lambda_2}{\mu_1\mu_2+\lambda_1\mu_2+\lambda_2\mu_1+2\lambda_1\lambda_2}$$

οπότε,

$$A_S=P_0+P_1+P_2=\frac{\mu_1\mu_2+\lambda_1\mu_2+\lambda_2\mu_1}{\mu_1\mu_2+\lambda_1\mu_2+\lambda_2\mu_1+2\lambda_1\lambda_2}$$

**4-4**. Να βρεθεί η έκφραση της διαθεσιμότητας στην κατάσταση ισορροπίας συστήματος με δύο όμοιες μονάδες που λειτουργούν “παράλληλα”, με δυνατότητα απλής επιδιόρθωσης. Οι ρυθμοί βλαβών και επισκευών των δύο μονάδων είναι αντίστοιχα λ, και μ. Να γίνει εφαρμογή για λ=0.01/hr και μ=0.1/hr.

Το διάγραμμα των πιθανοτήτων μετάβασης του συστήματος με ένα συνεργείο επισκευής, φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Ο πίνακας των πιθανοτήτων μετάβασης είναι:




$$A = \begin{bmatrix} 1-2\lambda & 2\lambda & 0 \\ \mu & 1-\lambda-\mu & \lambda \\ 0 & \mu & 1-\mu \end{bmatrix}$$

Συνεπώς, είναι:

$$P \cdot (A - I) = 0$$

$$\sum_{i=0}^{2} P_i = 1$$

ή

$$2\lambda P_0 = \mu P_1$$

$$(\lambda + \mu) P_1 = 2\lambda P_0 + \mu P_2$$

$$\mu P_2 = \lambda P_1$$

Με επίλυση των παραπάνω, προκύπτουν:

$$P_1 = \frac{2\lambda}{\mu} P_0$$

$$P_2 = \frac{\lambda}{\mu} P_1 = \frac{\lambda}{\mu} \cdot \frac{2\lambda}{\mu} P_0 = \frac{2\lambda^2}{\mu^2} P_0$$

Έτσι, είναι:

$$P_0 \left( 1 + \frac{2\lambda}{\mu} + \frac{2\lambda^2}{\mu^2} \right) = 1$$

$$P_0 = \frac{1}{\dfrac{\mu^2}{\mu^2} + \dfrac{2\lambda\mu}{\mu^2} + \dfrac{2\lambda^2}{\mu^2}} = \frac{\mu^2}{\mu^2 + 2\lambda\mu + 2\lambda^2}$$

Συνεπώς, λαμβάνονται:

$$P_1 = \frac{2\lambda\mu}{\mu^2 + 2\lambda\mu + 2\lambda^2}$$

$$P_2 = \frac{2\lambda^2}{\mu^2 + 2\lambda\mu + 2\lambda^2}$$

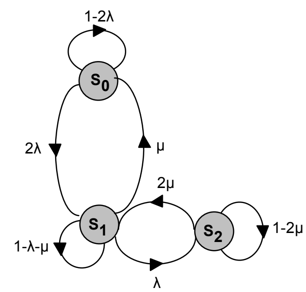
Το άθροισμα $P_o$+$P_1$ δίνει τη διαθεσιμότητα στην κατάσταση ισορροπίας:

$$A_S = \frac{\mu^2 + 2\lambda\mu}{\mu^2 + 2\lambda\mu + 2\lambda^2}$$

**4-5**. Να βρεθεί η έκφραση της διαθεσιμότητας στην κατάσταση ισορροπίας συστήματος με δύο όμοιες μονάδες που λειτουργούν “παράλληλα”, με δυνατότητα παράλληλης επιδιόρθωσης. Οι ρυθμοί βλαβών και επισκευών των δύο μονάδων είναι αντίστοιχα λ και μ. Να γίνει εφαρμογή για λ=0.01/hr και μ=0.1/hr.

Για την περίπτωση των δύο συνεργείων επισκευής ισχύει το διάγραμμα του παρακάτω σχήματος. Από το διάγραμμα μεταβάσεων, οι σχέσεις μεταξύ των πιθανοτήτων στην κατάσταση ισορροπίας είναι:

**Σ(Ρυθμ. Αναχώρησης x Πιθανότητα) =**
**Σ(Ρυθμ. Άφιξης x Πιθανότητα)**




$$2\lambda P_0 = \mu P_1$$
$$(\lambda+\mu)P_1 = 2\lambda P_0 + 2\mu P_2$$
$$2\mu P_2 = \lambda P_1$$

με

$$P_0 + P_1 + P_2 = 1$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτουν:

$$P_1 = \frac{2\lambda}{\mu} P_0$$
$$P_2 = \frac{\lambda}{\mu} P_1 = \frac{\lambda}{2\mu} \cdot \frac{2\lambda}{\mu} \cdot P_0 = \frac{\lambda^2}{\mu^2} P_0$$

οπότε,

$$P_0 = \frac{\mu^2}{\mu^2 + 2\lambda\mu + \lambda^2}$$
$$A_S = P_0 + P_1 = \frac{\mu^2 + 2\lambda\mu}{\mu^2 + 2\lambda\mu + \lambda^2}$$

**4-6**. Να βρεθεί ο χρόνος MTTF ενός παράλληλου συστήματος με δύο όμοιες μονάδες που όταν και οι δύο είναι σε λειτουργική κατάστασης έχουν ρυθμούς βλαβών $\lambda_1$. Αν όμως μία μονάδα από αυτές υποστεί βλάβη, τότε ο ρυθμός βλαβών αυτής που απομένει γίνεται $\lambda_2$. Να γίνει εφαρμογή με $\lambda_1$ =0.01/hr, $\lambda_2$ =0.02/hr.

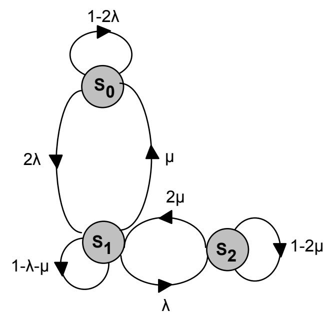
Προκύπτει: $MTTF = \dfrac{\lambda_2 + 2\lambda_1}{2\lambda_1\lambda_2}$

**4-7**. Να βρεθεί ο χρόνος MTTF ενός παράλληλου συστήματος με δύο ανόμοιες μονάδες που όταν και οι δύο είναι σε λειτουργική κατάστασης έχουν ρυθμούς βλαβών $\lambda_1$. Σε περίπτωση βλάβης της μίας μονάδας ο ρυθμός βλαβών αυτής που απομένει γίνεται $\lambda_2$ ενώ η μονάδα που έχει υποστεί βλάβη υπόκειται σε επιδιόρθωση με ρυθμό μ. Να γίνει εφαρμογή με $\lambda_1$ =0.01/hr, $\lambda_2$ =0.02/hr και μ=0.1/ hr.

Βλ. σελ. 167. Με βάση τη σχ. (4-112) προκύπτει: $MTTF = \dfrac{2\lambda_1 + \lambda_2 + \mu}{2\lambda_1\lambda_2}$

**4-8**. Να βρεθούν οι γενικές εκφράσεις των χρόνοι MUT, MDT και MTBF παράλληλου συστήματος δύο όμοιων μονάδων με παράλληλη επιδιόρθωση των μονάδων του.

$$A = \begin{bmatrix} 1-2\lambda & 2\lambda & 0 \\ \mu & 1-(\lambda+\mu) & \lambda \\ 0 & 2\mu & 1-2\mu \end{bmatrix} \qquad A - I \left[\begin{array}{cc:c} -2\lambda & 2\lambda & 0 \\ \mu & -(\lambda+\mu) & \lambda \\ \hdashline 0 & 2\mu & -2\mu \end{array}\right]$$




$$\begin{aligned} 2\lambda P_0 &= \mu P_1 \\ (\lambda+\mu)P_1 &= 2\lambda P_0 + 2\mu P_2 \\ 2\mu P_2 &= \lambda P_1 \end{aligned}$$

με

$$P_0 + P_1 + P_2 = 1$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτουν:

$$P_1 = \frac{2\lambda}{\mu} P_0$$

$$P_2 = \frac{\lambda}{\mu} P_1 = \frac{\lambda}{2\mu} \cdot \frac{2\lambda}{\mu} \cdot P_0 = \frac{\lambda^2}{\mu^2} P_0$$

οπότε,

$$P_0 = \frac{\mu^2}{\mu^2 + 2\lambda\mu + \lambda^2}$$

και

$$P_1 = \frac{2\lambda\mu}{\mu^2 + 2\lambda\mu + \lambda^2}$$

Άρα

$$P_G = \begin{bmatrix} \dfrac{\mu^2}{\mu^2 + 2\lambda\mu + \lambda^2} & \dfrac{2\lambda\mu}{\mu^2 + 2\lambda\mu + \lambda^2} \end{bmatrix}$$

$$P_F = \left[ \frac{\lambda^2}{\mu^2 + 2\lambda\mu + \lambda^2} \right]$$

Επίσης

$$A_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda \end{bmatrix} \qquad A_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 2\mu \end{bmatrix} \qquad H = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad E = [1]$$

$$\mathrm{MUT} = \frac{(\mathrm{P_G} \cdot \mathrm{H})}{\mathrm{P_G} \cdot \mathrm{A_{12}} \cdot \mathrm{E}} = \frac{\mu + 2\lambda}{2\lambda^2}$$

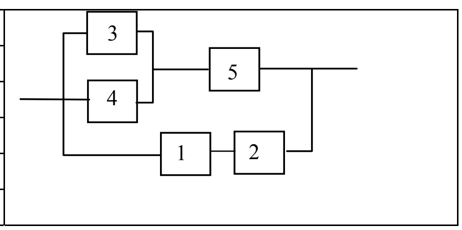
$$\mathrm{MDT} = \frac{(\mathrm{P_F} \cdot \mathrm{E})}{\mathrm{P_F} \cdot \mathrm{A_{21}} \cdot \mathrm{H}} = \frac{1}{2\mu}$$

και

$$\mathrm{MCT} = \mathrm{MUT} + \mathrm{MDT} = \frac{\mu \; + 2\lambda\mu + \lambda^2}{2\lambda^2 \mu}$$

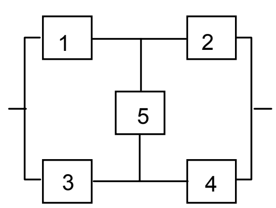
**4-9**. Στο παρακάτω σύστημα οι μονάδες που χρησιμοποιούνται έχουν τις διαθεσιμότητες και χρόνους MUT που φαίνονται στον πίνακα. Να υπολογιστεί ο χρόνος MTBF του συστήματος.

| Α/Α | Διαθεσιμότητα | MUT (hr) |
|---|---|---|
| 1 | 0.9800 | 196 |
| 2 | 0.9875 | 395 |
| 3 | 0.9500 | 285 |
| 4 | 0.9500 | 190 |
| 5 | 0.9850 | 788 |




Βλ. Σελ. 182.
Με διαδοχικές συμπτύξεις προκύπτει: MTBF=5481 hr.

**4-10**. Ας θεωρηθεί το παρακάτω σύστημα που περιλαμβάνει πέντε υποσυστήματα με $A_1 = 0.94$, $A_2 = 0.95$, $A_3 = 0.96$, $A_4 = 0.97$, $A_5 = 0.98$ και $u_1 = 275$ hr, $u_2 = 280$ hr, $u_3 = 285$ hr, $u_4 = 290$ hr και $u_5 = 295$ hr. Να υπολογιστεί ο χρόνος MTBF του συστήματος.




Θεωρώντας το υποσύστημα k ξεχωριστά από τα υπόλοιπα υποσυστήματα, είναι:

$$[\mathrm{F}] = \sum_{\mathrm{j}} \Pr\{\mathrm{S_j}\} \cdot \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{u_j}} = \Pr\{\mathrm{S_k}\} \cdot \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{u_k}} + \sum_{\mathrm{j \neq k}} \Pr\{\mathrm{S_j}\} \cdot \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{u_j}}$$

$$= \Pr\{S_k\}\cdot\frac{T}{u_k} + \left[\sum_{j\neq k}\Pr\{S_{j,k=G}\}\cdot\frac{T}{u_j}\right]A_k + \left[\sum_{j\neq k}\Pr\{S_{j,k=F}\}\cdot\frac{T}{u_j}\right]\overline{A}_k$$

όπου $S_{j,\ k=G}$ και $S_{j,\ k=F}$ είναι αντίστοιχα οι οριακές καταστάσεις του υποσυστήματος j με το υποσύστημα k σε ικανοποιητική και μη ικανοποιητική λειτουργία. Συνεπώς,

$$\frac{1}{MTBF} = \frac{\Pr\{S_k\}}{u_k} + \frac{A_k}{MTBF_{k=G}} + \frac{\overline{A}_k}{MTBF_{k=F}}$$

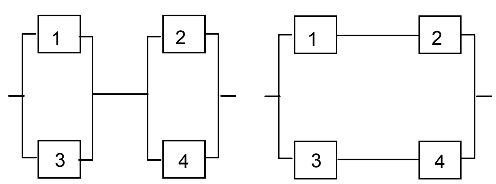
ή

$$MTBF = \frac{1}{\dfrac{\Pr\{S_k\}}{u_k} + \dfrac{A_k}{MTBF_{k=G}} + \dfrac{\overline{A}_k}{MTBF_{k=F}}}$$

Για την αποσύνθεση κατά Bayess επιλέγεται το υποσύστημα 5 (k=5). Οι διαδρομές μεταξύ της εισόδου και εξόδου του διαγράμματος αξιοπιστίας, που περιλαμβάνουν το υποσύστημα 5, είναι: $1\cdot 4\cdot 5$ και $2\cdot 3\cdot 5$. Συνεπώς, οι οριακές καταστάσεις του υποσυστήματος 5 είναι: $\overline{1}\cdot 2\cdot 3\cdot \overline{4}\cdot 5$ και $1\cdot \overline{2}\cdot \overline{3}\cdot 4\cdot 5$.

Επομένως, η πιθανότητα της οριακής κατάστασης για το υποσύστημα 5 είναι:

$$\Pr\{S_5\} = \overline{A}_1 A_2 A_3 \overline{A}_4\, A_5 + A_1 \overline{A}_2 \overline{A}_3 A_4\, A_5 = 0.00339$$




(α) (β)

*1. Με το υποσύστημα 5 σε ικανοποιητική λειτουργία*

$$\overline{A}_1 = 1 - A_1 = 0.06$$

$$\overline{A}_3 = 1 - A_3 = 0.04$$

Η διαθεσιμότητα του παράλληλου συνδυασμού των υποσυστημάτων 1 και 3 είναι:

$$A_{13} = 1 - \overline{A}_1 \cdot \overline{A}_3 = 0.9976$$

$$MDT_1 = \overline{A}_1 \cdot \frac{MUT_1}{A_1} = 17.5532hr$$

$$MDT_3 = \overline{A}_3 \cdot \frac{MUT_3}{A_3} = 11.875hr$$

$$MTBF_{13} = \frac{1}{\overline{A}_1\cdot\overline{A}_3\left(\dfrac{1}{MDT_1} + \dfrac{1}{MDT_3}\right)} = 2951.31\,hr$$

Επομένως, ο χρόνος MUT των υποσυστημάτων 1 και 3 είναι:

$$MUT_{13} = MTBF_{13}\cdot A_{13} = 2944.2271hr$$

Ομοίως, για τα παράλληλα υποσυστήματα 2 και 4 είναι:

$$\overline{A}_2 = 1 - A_2 = 0.05$$

$$\overline{A}_4 = 1 - A_4 = 0.03$$

$$A_{24} = 1 - \overline{A}_2 \cdot \overline{A}_4 = 0.9985$$

$$MDT_2 = \overline{A}_2 \cdot \frac{MUT_2}{A_2} = 14.737\ hr$$

$$MDT_4 = \overline{A}_4 \cdot \frac{MUT_4}{A_4} = 8.969\ hr$$

$$MTBF_{24} = \frac{1}{\overline{A}_2 \cdot \overline{A}_4 \left( \frac{1}{MDT_2} + \frac{1}{MDT_4} \right)} = 3717.1\ hr$$

$$MUT_{24} = MTBF_{24} \cdot A_{24} = 3711.5\ hr$$

Η διαθεσιμότητα, $A_{k=G}$ του σε σειρά συνδυασμού των παραπάνω υποσυστημάτων είναι:

$A_{k=G} = A_{13}.\ A_{24} = 0.9961$

Συνεπώς,

$$MTBF_{5=G} = \frac{1}{A_{k=G} \left( \frac{1}{MUT_{13}} + \frac{1}{MUT_{24}} \right)} = 1648.2\ hr$$

*<u>2. Με το υποσύστημα 5 σε μη ικανοποιητική λειτουργία</u>*

$A_{12} = A_1.\ A_2 = 0.893$

$$MTBF_{12} = \frac{1}{A_{12} \left( \frac{1}{MUT_1} + \frac{1}{MUT_2} \right)} = 155.36\ hr$$

$$MDT_{12} = MTBF_{12} \cdot (1 - A_{12}) = 16.62352\ hr$$

Ομοίως, για τα υποσυστήματα 3 και 4 είναι:

$A_{34} = A_3.\ A_4 = 0.9312$

$$MTBF_{34} = \frac{1}{A_{34} \left( \frac{1}{MUT_3} + \frac{1}{MUT_4} \right)} = 154.359\ hr$$

$$MDT_{34} = MTBF_{34} \cdot (1 - A_{34}) = 10.524\ hr$$

Η διαθεσιμότητα, $A_{k=F}$ του παράλληλου συνδυασμού των παραπάνω υποσυστημάτων είναι:
$A_{k=F} = (1 - A_{12}).\ (1 - A_{34}) = 7.3616 \times 10^{-3}$
Συνεπώς,

$$MTBF_{5=F} = \frac{1}{A_{k=F} \left( \frac{1}{MUT_{12}} + \frac{1}{MUT_{34}} \right)} = 880.26\ hr$$

Έτσι, ο χρόνος MTBF του αρχικού συστήματος είναι:

$$MTBF = \frac{1}{\dfrac{\Pr\{S_5\}}{u_5} + \dfrac{A_5}{MTBF_{5=G}} + \dfrac{\overline{A}_5}{MTBF_{5=F}}} = 1590.33\ hr$$

**4-11**. Στη διάταξη του Προβλ. 4-10 να βρεθούν οι οριακές καταστάσεις του υποσυστήματος 1.

## Κεφάλαιο 5

**5-1**. Να συγκριθούν η αξιοπιστία, για χρόνο αποστολής 10 hr, και οι χρόνοι MTTF: α) ενός παράλληλου συστήματος δύο όμοιων μονάδων, β) ενός συστήματος TMR, γ) ενός συστήματος Cold Standby 2 όμοιων μονάδων, δ) ενός συστήματος Cold Standby 2 όμοιων μονάδων με μεταγωγέα που έχει ρυθμό βλαβών $\lambda_S=10^{-3}$/hr. Υποθέσατε ότι ο ρυθμός βλαβών των μονάδων είναι $\lambda=10^{-2}$/hr.

Α) $R_{\Pi}$= 0.9904, $MTTF_{\Pi}$=150 hr.
Β) $R_{TRM}$= 0.9745, $MTTF_{TMR}$=83.3 hr.
Γ) $R_{CS}$= 0.9953, $MTTF_{CS}$=200 hr.
Δ) $R'_{CS}$= 0.9854, $MTTF_{CS}$= $\dfrac{1}{\lambda+\lambda_s} + \dfrac{\lambda}{(\lambda+\lambda_s)^2} = 173.54\ hr$

**5-2.** Να συγκριθούν οι χρόνοι MTTF ενός συστήματος Hot Standby με ιδανικό μεταγωγέα και ενός συστήματος Cold Standby, 3 όμοιων μονάδων με μεταγωγέα που έχει ρυθμό βλαβών λS=10-3/hr. Υποθέσατε ότι ο ρυθμός βλαβών των μονάδων είναι λ=10-2/hr.

$MTTF_{HS}$= $\dfrac{11}{6\lambda} = 183.3\ hr$

$MTTF_{CS}$= $\dfrac{1}{\lambda+\lambda_s} + \dfrac{\lambda}{(\lambda+\lambda_s)^2} + \dfrac{\lambda^2}{(\lambda+\lambda_s)^3} = 248.67\ hr$

**5-3**. Σε ένα σύστημα TMR κάθε μονάδα έχει ρυθμό βλαβών λ=10-2/hr και μπορεί να επισκευάζεται ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες μονάδες με ρυθμό επιδιόρθωσης μ=10-1/hr. Να υπολογιστεί η γενική έκφραση της στιγμιαίας διαθεσιμότητας του συστήματος αυτού στο χρόνο t=100 hr, και η τιμή της. Το κύκλωμα απόφασης της πλειοψηφίας έχει αξιοπιστία ίση με 0.999.

Βλ. σελ. 138, 219: $A_S$(t=100 hr)=0.909

Συνεπώς, $A_{S\ (TMR)}$= $\binom{3}{3}A_S(t)^3 + \binom{3}{2}A_S(t)^2(1-A_S(t)) = 0.9766$

**5-4.** Δύο από τέσσερις όμοιους και ανεξάρτητους επεξεργαστές πρέπει να λειτουργούν σωστά προκειμένου ένα υπολογιστικό σύστημα να έχει τις απαιτούμενες επιδόσεις. Στο παραπάνω σύστημα, βρέθηκε ότι ο χρόνος MTFF είναι ίσος με 18000 hr. Να υπολογιστεί ο χρόνος MTFF που θα προκύψει αν οι τέσσερις επεξεργαστές αποτελέσουν τις μονάδες ενός υβριδικού συστήματος (3,1).

Βλ. σελ. 56: MTTF= $\dfrac{13}{12\lambda} = 18000\ hr$ , άρα λ=6.0185 x $10^{-5}$ /hr

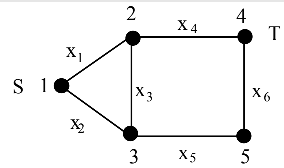
Το υβριδικό σύστημα (3,1) αστοχεί με περισσότερες από 2 βλάβες, οπότε:

R(t)= $6e^{-2\lambda t} - 8e^{-3\lambda t} + 3e^{-4\lambda t}$

MTTF=$\dfrac{13}{12\lambda} = 18000\ hr$

**Κεφάλαιο 6**

**6-1**. Στο παρακάτω δίκτυο να βρεθεί η συμβολική έκφραση της τερματικής αξιοπιστίας $R_{S,T}$ και η τιμή της, με βάση α) τις αμοιβαίως αποκλειόμενες διαδρομές, β) με τις ελάχιστες ομάδες διαχωρισμού, γ) με αποσύνθεση κατά Bayes. Να υπολογιστεί επίσης το κάτω όριο της τερματικής αξιοπιστίας του δικτύου. Στη συνέχεια, ας υποτεθεί ότι δίνεται ένας πρόσθετος κλάδος (επίσης χωρίς κατεύθυνση) με αξιοπιστία $p_x$=0.77 που μπορεί να συνδεθεί παράλληλα στον κλάδο $x_3$ ή στον κλάδο $x_4$. Που πρέπει να συνδεθεί αυτός ο κλάδος ώστε να υπάρχει η μεγαλύτερη βελτίωση στην τερματική αξιοπιστία του δικτύου;. Οι αξιοπιστίες των κλάδων να ληφθούν ίσες με p=0.85 και οι κόμβοι να θεωρηθούν ιδανικοί.




Βλ. σελ. 312, 69, 307 και Πρόβλημα 2-1

Υπάρχουν 3 αμοιβαίως αποκλειόμενες διαδρομές, 6 ομάδες διαχωρισμού και 8 αμοιβαίως αποκλειόμενες ομάδες διαχωρισμού. Η ακριβής έκφραση της αξιοπιστίας είναι:

$$R = p^2 + 2p^3 - 4p^5 + 2p^6$$

Με p=0.85, λαμβάνεται R=0.930227. Με βάση τις 6 ομάδες διαχωρισμού, το κάτω όριο της αξιοπιστίας είναι ίσο με 0.922375.

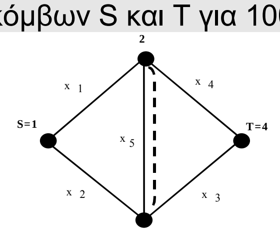
Με αποσύνθεση κατά Bayes, η γενική έκφραση της αξιοπιστίας είναι:

$$R = p_1p_4 + p_2p_5p_6 + p_2p_3p_4 + p_1p_3p_5p_6$$
$$= -p_1p_2p_3p_4 - p_1p_2p_4p_5p_5 - p_1p_3p_4p_5p_6 - p_2p_3p_4p_5p_6 - p_1p_2p_3p_5p_6$$
$$+2p_1p_2p_3p_4p_5p_6$$

(με όμοιους κλάδους $R = p^2 + 2p^3 - 4p^5 + 2p^6$ )

Με παραγώγιση της γενικής σχέσης ως προς $p_1$, $p_2$, κ.λ.π., βρίσκεται ότι η μεγαλύτερη βελτίωση στη αξιοπιστία προκύπτει με την προσθήκη του νέου κλάδου παράλληλα προς τον κλάδο $x_4$.

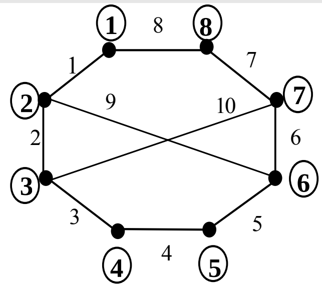
**6-2**. Στο δίκτυο του παρακάτω σχήματος υπάρχει πρόβλεψη για ένα εφεδρικό κλάδο τύπου cold Standby που σε περίπτωση βλάβης του κλάδου 5 μετάγει, με ιδανικό μεταγωγέα, τα δεδομένα μέσω του εφεδρικού κλάδου. Αν οι ρυθμοί βλαβών των κλάδων είναι 0.0001 /hr, να υπολογιστεί η τερματική αξιοπιστία μεταξύ των κόμβων S και T για 1000 ώρες λειτουργίας.




Η πιθανότητα επιτυχίας του κλάδου 5 (cold stand-by 2 όμοιων μονάδων) είναι ίση με 0.9953.

Η αξιοπιστία του δικτύου με πιθανότητες των κλάδων $p_1=p_2=p_3=p_4= p =e^{-\lambda t}=0.90483$ και $p_5=0.9953$ είναι ίση με 0.9039.

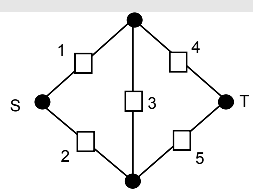
**6-3**. Με τη μέθοδο των απλοποιήσεων κατά Bayes, να υπολογιστεί η ολική αξιοπιστία του παρακάτω δικτύου, υποθέτοντας ότι οι κόμβοι είναι ιδανικοί (αξιόπιστοι) και ότι όλοι οι κλάδοι έχουν αξιοπιστίες ίσες με 0.9.




Βλ. σελ. 322.
Με διαδοχικές απλοποιήσεις λαμβάνεται η ολική αξιοπιστία του δικτύου:

$$R_o = 64p^7 - 153p^8 + 124p^9 - 34p^{10} = 0.9345$$

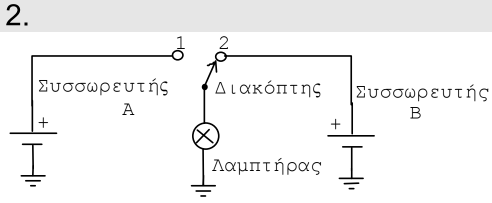
**6-4**. Στην παρακάτω διάταξη κάθε κλάδος (1 ως 5) περιλαμβάνει μία επαφή ενός ηλεκτρονόμου (relay). Οι καταστάσεις των επαφών είναι Ο (μόνιμα ανοικτοκυκλωμένη), Κ (μόνιμα βραχυκυκλωμένη) και G (επαφή σε καλή κατάσταση, δηλ. μπορεί κατά βούληση να ανοίξει ή να κλείσει). Οι πιθανότητες αστοχίας των επαφών σε βλάβη τύπου-Ο και σε βλάβη τύπου-Κ είναι αντίστοιχα $q_o=0.1$ και $q_k=0.2$. Ζητείται να υπολογιστεί η πιθανότητα να μπορεί, κατά βούληση, να ανοικτοκυκλώνονται ή να βραχυκυκλώνονται τα κομβικά σημεία S, T.




Βλ. Πρόβλημα 2-6.
Η ζητούμενη αξιοπιστία βρίσκεται ίση με R=0.88984.

## Κεφάλαιο 8

**8-1**. Το παρακάτω κύκλωμα περιλαμβάνει δύο συσσωρευτές, καθένας από τους οποίους χρησιμεύει για την παροχή τάσης στο λαμπτήρα. Αρχικά, ο διακόπτης βρίσκεται στη θέση 1, οπότε χρησιμοποιείται ο συσσωρευτής Α. Σε περίπτωση βλάβης αυτού του συσσωρευτή, ο διακόπτης γυρίζει από τη θέση 1 στη θέση 2. Υποτίθεται ότι ο διακόπτης μπορεί να υποστεί δύο ειδών βλάβες που είναι: α) να είναι μόνιμα κλειστός, όταν είναι στη θέση 1 και β) να είναι μόνιμα ανοικτός, όταν είναι στη θέση 2.




Να εκτιμηθεί η πιθανότητα του γεγονότος *να μην υπάρχει φωτισμός.* Να επαναληφθεί ο υπολογισμός υποθέτοντας ότι αρχικά ο διακόπτης βρίσκεται στη θέση 2. Τα πρωτεύοντα γεγονότα και οι αντίστοιχες πιθανότητές τους είναι:

| | | |
|---|---|---|
| L | Βλάβη λαμπτήρα | $q_L = 0.15$ |

| | | |
|---|---|---|
| A | Βλάβη συσσωρευτή 1 | $q_A$= 0.10 |
| B | Βλάβη συσσωρευτή 2 | $q_B$= 0.10 |
| E | Διακόπτης μόνιμα κλειστός στη θέση 1 | $q_E$= 0.20 |
| F | Διακόπτης μόνιμα ανοικτός στη θέση 2 | $q_F$= 0.30 |