Κεφάλαιο 5

Εναλλάκτες Θερμότητας

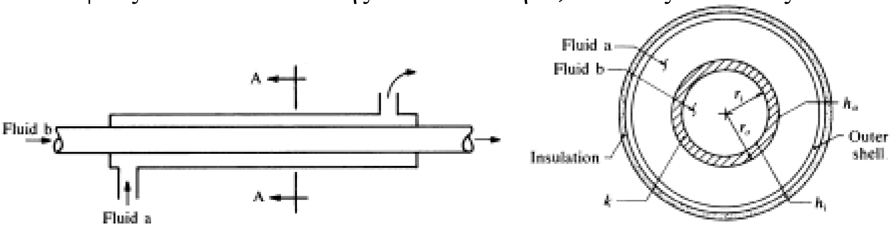
5.1 Εισαγωγή

Σε πολλές εφαρμογές απαιτείται η μετάδοση θερμότητας μεταξύ δύο ρευστών. Οι διεργασίες αυτές λαμβάνουν χώρα σε συσκευές που αποκαλούνται *εναλλάκτες θερμότητας* (heat exchangers). Ένας εναλλάκτης θερμότητας είναι μια συσκευή που διευκολύνει την μετάδοση του θερμικού φορτίου από ένα ρευστό σε ένα άλλο ρευστό και συναντάται σε συστήματα θέρμανσης, ψύξης και κλιματισμού, σε κύκλους παραγωγής ισχύος, σε συσκευές ανάκτησης θερμότητας, σε χημικές διεργασίες και αλλού.

Στους πιο απλούς εναλλάκτες το θερμό και το ψυχρό ρευστό αναμιγνύονται απευθείας. Πιο συνηθισμένος όμως είναι ο τύπος που τα δύο ρευστά διαχωρίζονται με κάποιο τοίχωμα. Αυτός ο τύπος του εναλλάκτη μπορεί να φέρει είτε ένα απλό επίπεδο τοίχωμα για να διαχωρίζονται τα δύο ρευστά, είτε πιο πολύπλοκες γεωμετρίες με πολλαπλές διαδρομές, όπως *πτερύγια* (fins) και *ανακλαστήρες* (baffles). Σ’ αυτή τη περίπτωση για να περιγραφεί η μεταφορά ενέργειας, χρησιμοποιούνται οι αρχές μετάδοσης της θερμότητας με αγωγή, συναγωγή και σπανιότερα με ακτινοβολία. Πολλοί παράγοντες υπεισέρχονται στον σχεδιασμό των εναλλακτών, όπως η θερμική ανάλυση, το μέγεθος, το βάρος, η κατασκευαστική αντοχή, η πτώση πίεσης και το κόστος. Εδώ θα ασχοληθούμε μόνο με την θερμική ανάλυση.

5.2 Είδη Εναλλακτών Θερμότητας

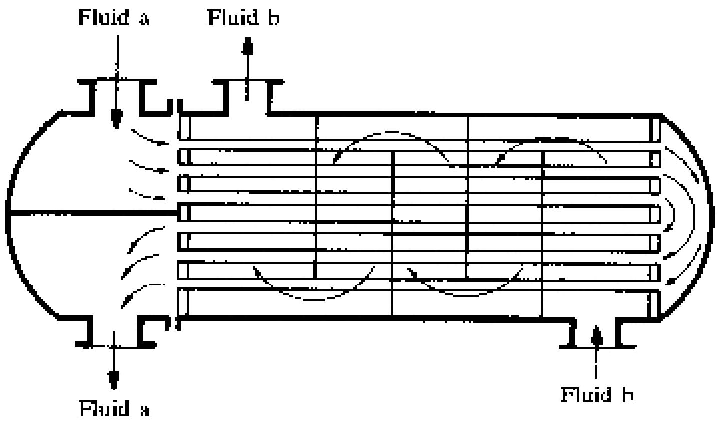
Οι εναλλάκτες θερμότητας μπορούν να ταξινομηθούν με βάση τη μορφή της ροής των ρευστών ή με βάση τις κατασκευαστικές ιδιαιτερότητες τους. Τυπικοί εναλλάκτες θερμότητας είναι οι *πλακοειδείς* (plate & frame), *αυλών-κελύφους* (shell & tube) και οι εναλλάκτες *σταυρωτής ροής* (crossflow). Η πιο απλή μορφή εναλλάκτη αυλών-κελύφους είναι ο εναλλάκτης διπλού σωλήνα, ο οποίος απεικονίζεται στο Σχήμα 5-1.



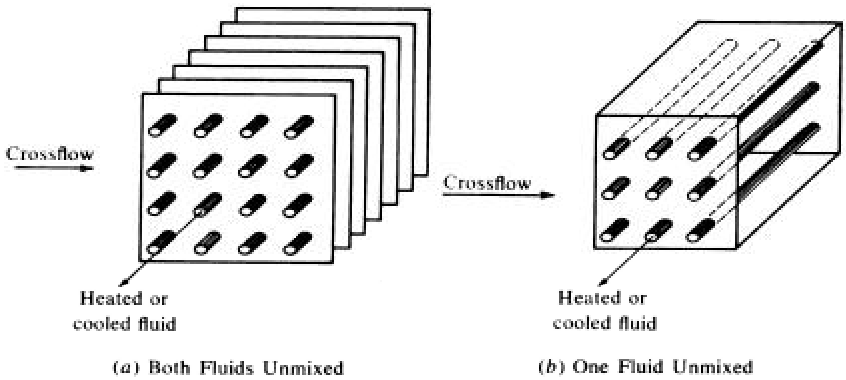
Σχήμα 5-1. Πλάγια όψη και τομή ενός εναλλάκτη διπλού σωλήνα

Αν και τα δύο ρευστά κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση, τότε έχουμε παράλληλη ροή και των δύο ρευστών, δηλαδή *ομορροή* (parallel-flow). Αν κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις, τότε έχουμε *αντιρροή* (counter-flow).

Το Σχήμα 5-2 απεικονίζει έναν εναλλάκτη δέσμης σωλήνων με ανακλαστήρες, διπλής διαδρομής, όπου έχουμε συνδυασμό ομορροής, αντιρροής και σταυρωτής ροής. Σε εναλλάκτες θερμότητας σταυρωτής ροής, τα ρευστά κινούνται κάθετα το ένα ως προς το άλλο, όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 5-3. Αν το ρευστό μπορεί να κινηθεί ελεύθερα, καθώς περνά από τον εναλλάκτη, τότε υπάρχει *ανάμειξη* (*mixing*) του ρευστού. Σταυρωτή ροή μπορούμε να έχουμε με χρήση ή όχι πτερυγίων. Συγκεκριμένα στο Σχήμα 5-3α λέμε ότι δεν υπάρχει ανάμειξη, επειδή τα πτερύγια εμποδίζουν την κίνηση του ρευστού στη διεύθυνση y, που είναι κάθετη στη διεύθυνση x της κύριας ροής. Αντίθετα, στο Σχήμα 5-3β, υπάρχει ανάμιξη στο ρευστό που ρέει εκτός των σωλήνων.



Σχήμα 5-2. Εναλλάκτης δέσμης σωλήνων με ανακλαστήρες (αυλών-κελύφους)



Σχήμα 5-3. Εναλλάκτες σταυρωτής ροής. (α) με πτερύγια και χωρίς ανάμιξη, (β) χωρίς πτερύγια και με ανάμειξη του ρευστού εκτός σωλήνα

5.3 Υπολογισμοί Μετάδοσης Θερμότητας

Ο κύριος στόχος στη θερμική ανάλυση των εναλλακτών θερμότητας είναι ο υπολογισμός της επιφάνειας που χρειάζεται για την μετάδοση θερμότητας με δεδομένο ρυθμό και για δεδομένες θερμοκρασίες και παροχές ρευστών. Αυτό επιτυγχάνεται με την χρήση του *ολικού συντελεστή μετάδοσης θερμότητας* (overall heat-transfer coefficient) U, που βρίσκεται στην θεμελιώδη σχέση για τον υπολογισμό του ρυθμού μετάδοσης θερμότητας, q

$$q = UA\overline{\Delta T} \tag{5.1}$$

όπου $\overline{\Delta T}$ είναι η μέση θερμοκρασιακή διαφορά για ολόκληρο τον εναλλάκτη και A η επιφάνεια που είναι κάθετη στη κατεύθυνση της θερμορροής.

5.3.1 ΟΛΙΚΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ

Ο ολικός συντελεστής μετάδοσης θερμότητας U είναι ανάλογος με το αντίστροφο του αθροίσματος των θερμικών αντιστάσεων. Για τις πιο κοινές περιπτώσεις που θα συναντήσουμε, έχουμε την εξίσωση για επίπεδο τοίχωμα (5-2) και τις εξισώσεις για κυλινδρικό τοίχωμα (5-3) και (5-4)

$$U = \frac{1}{1/h_o + L/k + 1/h_i} \tag{5.2}$$

$$U_0 = \frac{1}{r_o / r_i h_i + [r_o \ln(r_o / r_i)] / k + 1 / h_o} \tag{5.3}$$

$$U_i = \frac{1}{1 / h_i + [r_i \ln(r_o / r_i)] / k + r_i / r_o h_o} \tag{5.4}$$

όπου r, L, k και h είναι η ακτίνα του σωλήνα, το πάχος του τοιχώματος, η θερμική αγωγιμότητα του τοιχώματος και ο συντελεστής μεταφοράς θερμότητας (υμενίου) αντίστοιχα. Οι δείκτες i και o αντιπροσωπεύουν τις εσωτερικές και εξωτερικές επιφάνειες του τοιχώματος, αντίστοιχα. Είναι σημαντικό να σημειώσουμε ότι η επιφάνεια της συναγωγής δεν είναι η ίδια για τα δύο ρευστά στη περίπτωση του κυλινδρικού τοιχώματος, γι' αυτό ο ολικός συντελεστής μετάδοσης θερμότητας και η επιφάνεια μετάδοσης πρέπει να είναι συμβατοί, π.χ.

$$q = U_o A_o \overline{\Delta T} = U_i A_i \overline{\Delta T}$$

Για τον προκαταρκτικό σχεδιασμό των εναλλακτών θερμότητας είναι προτιμότερο να μπορεί να εκτιμηθεί ο ολικός συντελεστής μετάδοσης θερμότητας. Ο Πίνακας 5-1 δίνει προσεγγιστικές τιμές του U για κάποια κοινά ρευστά. Το μεγάλο εύρος τιμών του πίνακα προήλθε από την χρησιμοποίηση διαφορετικών υλικών στους εναλλάκτες (με διαφορετικές θερμοαγωγιμότητες, k), συνθηκών ροής (που επηρεάζουν τους συντελεστές υμενίου, h), όπως επίσης και γεωμετρικών διατάξεων.

Στις περισσότερες πρακτικές εφαρμογές η θερμική αντίσταση του τοιχώματος μπορεί να αγνοηθεί, ενώ συχνά υπάρχει σημαντική διαφορά στο μέγεθος των συντελεστών συναγωγής, οπότε ο ολικός συντελεστής μετάδοσης θερμότητας προσδιορίζεται κατά κύριο λόγο από το χαμηλότερο συντελεστή συναγωγής.

Για την βελτιστοποίηση της απόδοσης του εναλλάκτη, πρέπει να μεριμνούμε για την πλευρά του ρευστού με τον χαμηλότερο συντελεστή συναγωγής. Για παράδειγμα αν από τη μία πλευρά έχουμε συμπύκνωση ή βρασμό και από την άλλη θέρμανση ή ψύξη ενός αερίου, η κρίσιμη πλευρά είναι αυτή του αερίου. Στην πλευρά αυτή είναι πιθανώς σκόπιμη η πρόβλεψη πτερυγίων για την εντατικοποίηση της μετάδοσης θερμότητας.

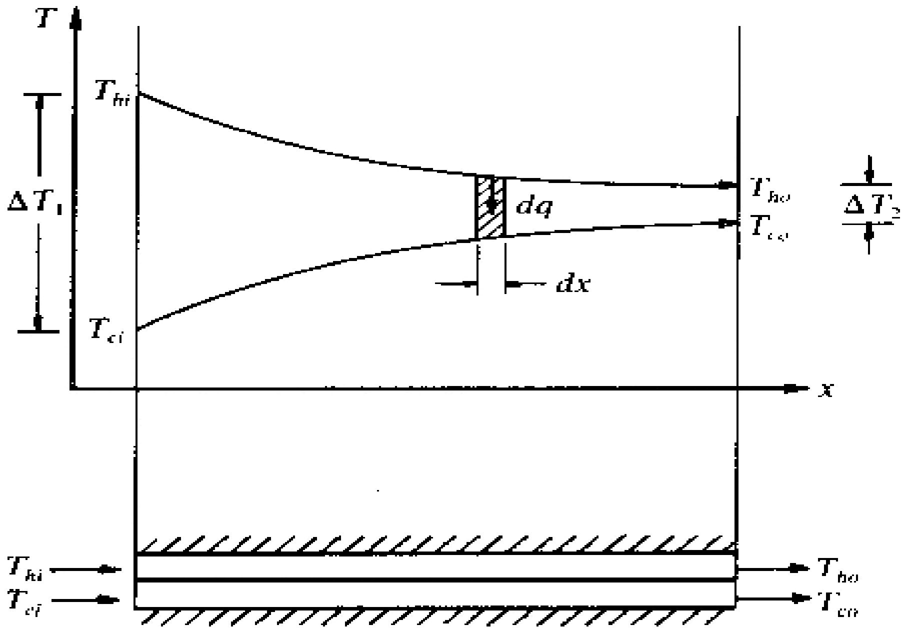
Πίνακας 5-1

Ρευστό	**U**	
	Btu / hr×ft²×⁰F	**W / m²×K**
Λάδι με λάδι	30 – 55	170 – 312
Οργανικό ρευστό με οργανικό ρευστό	10 – 60	57 – 340
Ατμός με:		
Υδατικά διαλύματα	100 – 600	567 – 3400
Ορυκτέλαιο, Βαρύ	10 – 30	57 – 170
Ελαφρύ	30 – 60	170 – 340
Αέρια	5 – 50	28 – 284
Νερό	175 – 600	993 – 3400
Νερό με:		
Αλκοόλη	50 – 150	284 – 850
Άλμη	100 – 200	567 – 1135
Πεπιεσμένο αέρα	10 – 30	57 – 170
Συμπυκνούμενη αλκοόλη	45 – 120	255 – 680
Συμπυκνούμενη αμμωνία	150 – 250	850 – 1420
Συμπυκνούμενη Freon–12	80 – 150	454 – 850
Συμπυκνούμενη λάδι	40 – 100	227 – 567
Βενζίνη	60 – 90	340 – 510
Λιπαντικό λάδι	20 – 60	113 – 340
Οργανικούς διαλύτες	50 – 150	284 – 850
Νερό	150 – 300	850 – 1700

5.3.2 ΜΕΣΗ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΗ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΚΗ ΔΙΑΦΟΡΑ

Πριν γίνουν οι υπολογισμοί της μετάδοσης θερμότητας είναι απαραίτητο να ορισθεί ο όρος $\overline{\Delta T}$ στην εξίσωση (5.1). Θεωρούμε έναν εναλλάκτη πλακών ομορροής, που τα θερμοκρασιακά του προφίλ απεικονίζονται στο Σχήμα 5-4. Κάνουμε τις εξής υποθέσεις:

1. Ο παράγοντας U είναι σταθερός σ' όλο τον εναλλάκτη.
2. Το σύστημα παρουσιάζει αδιαβατική συμπεριφορά. Η μετάδοση θερμότητας γίνεται μόνο μεταξύ των δύο ρευστών (τέλεια μόνωση των εξωτερικών τοιχωμάτων του εναλλάκτη).
3. Οι θερμοκρασίες και των δύο ρευστών είναι σταθερές σε κάθε δεδομένη διατομή και αντιπροσωπεύονται από τις *μέσες* (bulk) θερμοκρασίες των ρευστών.
4. Οι ειδικές θερμότητες των ρευστών είναι σταθερές.
5. Έχουμε αμελητέα θερμική αγωγή κατά μήκος των σωλήνων.
6. Έχουμε αμελητέες μεταβολές της δυναμικής και κινητικής ενέργειας.



Σχήμα 5-4. Θερμοκρασιακό προφίλ εναλλάκτη πλακών ομορροής

Βασισμένοι σ' αυτές τις υποθέσεις, η ανταλλαγή ενέργειας μεταξύ του θερμού και του ψυχρού ρευστού για διαφορικό μήκος dx είναι

$$dq = U(T_h - T_c)dA \tag{5.5}$$

αφού το dA είναι το γινόμενο του μήκους dx επί του σταθερού πλάτους. Η ενέργεια που λαμβάνει το ψυχρό ρευστό είναι ίση μ' αυτή που δίνεται από το θερμό ρευστό, δηλαδή

$$dq = \dot{m}_c c_c dT_c = -\dot{m}_h c_h dT_h \tag{5.6}$$

όπου $\dot{m}$ είναι η παροχή μάζας, c είναι η ειδική θερμότητα και οι δείκτες c και h υποδηλώνουν το ψυχρό και θερμό ρευστό αντίστοιχα. Λύνοντας ως προς τα θερμοκρασιακά διαφορικά από την (5.6) και αφαιρώντας κατά μέλη παίρνουμε

$$d(T_h - T_c) = -\left(\frac{1}{\dot{m}_h c_h} + \frac{1}{\dot{m}_c c_c}\right) dq \tag{5.7}$$

Διώχνοντας τον όρο dq μεταξύ των (5.5) και (5.7) έχουμε

$$\frac{d(T_h - T_c)}{(T_h - T_c)} = -U\left(\frac{1}{\dot{m}_h c_h} + \frac{1}{\dot{m}_c c_c}\right) dA \tag{5.8}$$

που με ολοκλήρωση δίνει

$$\ln\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = -UA\left(\frac{1}{\dot{m}_h c_h} + \frac{1}{\dot{m}_c c_c}\right) \tag{5.9}$$

όπου οι όροι *ΔT* απεικονίζονται στο Σχήμα 5-4. Από τα ενεργειακά ισοζύγια για το κάθε ρευστό, παίρνουμε

$$\dot{m}_h c_h = \frac{q}{(T_{hi} - T_{ho})} \quad \& \quad \dot{m}_c c_c = \frac{q}{(T_{co} - T_{ci})} \tag{5.10}$$

και αντικαθιστώντας αυτές τις σχέσεις στην (5.9) παίρνουμε

$$\ln\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = -UA\frac{(T_{hi} - T_{ho}) + (T_{co} - T_{ci})}{q} \tag{5.11}$$

ή εκφρασμένο με όρους διαφορών των τελικών θερμοκρασιών

$$q = UA\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln(\Delta T_2 / \Delta T_1)} \tag{5.12}$$

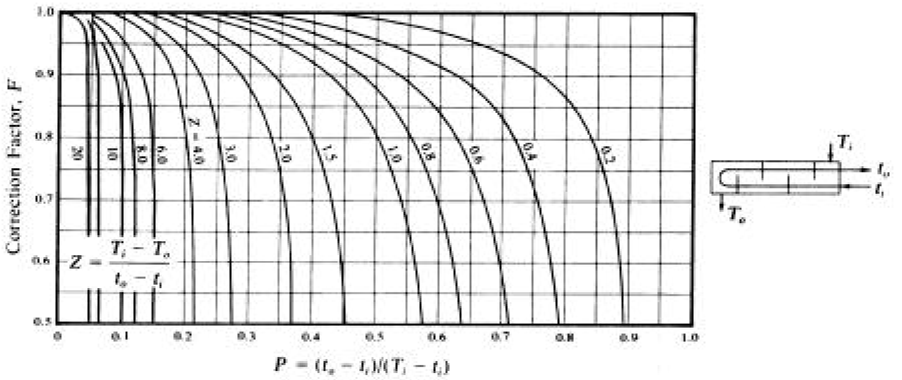
Συγκρίνοντας αυτό το αποτέλεσμα με την σχέση (5.1), παρατηρούμε ότι

$$\overline{\Delta T} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln(\Delta T_2 / \Delta T_1)} \equiv \Delta T_{lm} \tag{5.13}$$

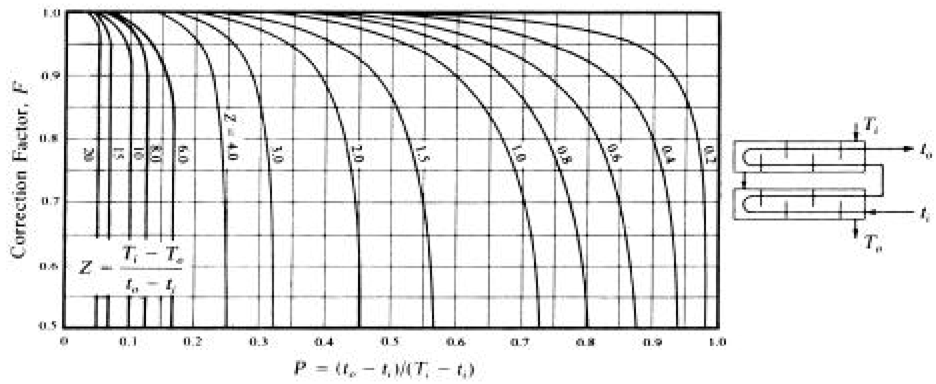
όπου ΔT_{lm} είναι η *μέση λογαριθμική θερμοκρασιακή διαφορά* (log-mean temperature difference, LMTD). Μπορεί να αποδειχτεί εύκολα ότι οι δείκτες 1 και 2 μπορούν να αλλάξουν θέση μεταξύ τους στη σχέση, χωρίς να αλλάξει η τιμή της ΔT_{lm}.

Οι σχέσεις (5.12) και (5.13) ισχύουν και για άλλους εναλλάκτες μονής διαδρομής όπως για πλακοειδείς εναλλάκτες αντιρροής, καθώς και για εναλλάκτες διπλού σωλήνα ομορροής και αντιρροής. Επίσης, αυτές οι σχέσεις χρησιμοποιούνται για εξατμιστήρες και συμπυκνωτήρες ομορροής και αντιρροής μονής διαδρομής, όπου ένα από τα ρευστά παραμένει
σε σταθερή θερμοκρασία.

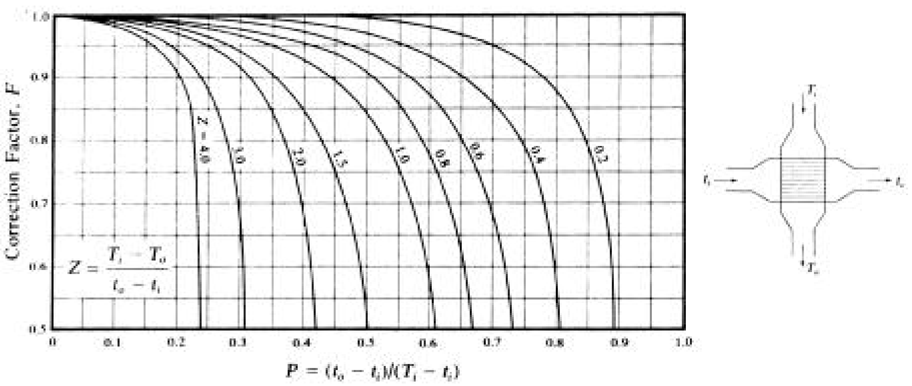
Πρέπει να σημειωθεί ότι για τις ίδιες θερμοκρασίες εισόδου και εξόδου, η μέση λογαριθμική διαφορά στην περίπτωση της αντιρροής είναι πάντα μεγαλύτερη από την αντίστοιχη της ομορροής. Αυτό σημαίνει ότι η επιφάνεια εναλλαγής που απαιτείται, είναι στην περίπτωση της αντιρροής μικρότερη από αυτή της ομορροής, εφόσον βέβαια έχουμε και στις δύο περιπτώσεις τον ίδιο ολικό συντελεστή μετάδοσης θερμότητας.



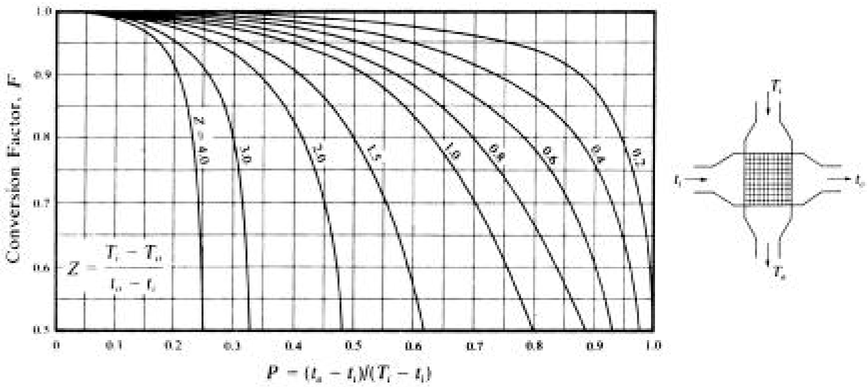
Σχήμα 5-5. Εναλλάκτης μιας διαδρομής στο κέλυφος και άρτιου αριθμού διαδρόμων στους σωλήνες



Σχήμα 5-6. Εναλλάκτης διπλής διαδρομής στο κέλυφος και δύο φορές άρτιου αριθμού διαδρόμων στους σωλήνες



Σχήμα 5-7. Εναλλάκτης σταυρωτής ροής με ανάμιξη ενός από τα ρευστά



Σχήμα 5-8. Εναλλάκτης σταυρωτής ροής χωρίς ανάμιξη των ρευστών

5.3.3 ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΔΙΟΡΘΩΣΗΣ ΓΙΑ ΕΝΑΛΛΑΚΤΕΣ ΠΟΛΥΠΛΟΚΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

Για πολύπλοκους εναλλάκτες θερμότητας, όπως π.χ. με δέσμες σωλήνων, πολλαπλής διαδρομής ή σταυρωτής ροής, ο υπολογισμός της ΔT_{lm} είναι τόσο δύσκολος, που η καθιερωμένη πρακτική είναι να εισάγεται στη σχέση (5.1) ένας *διορθωτικός συντελεστής* (correction factor) F

$$q = UAF\Delta T_{lm} \qquad (5.14)$$

στην οποία η ΔT_{lm} είναι η μέση λογαριθμική θερμοκρασιακή διαφορά για εναλλάκτη διπλού σωλήνα αντιρροής, με την ίδια θερμοκρασία εισόδου και εξόδου για το ρευστό, όπως και στον πιο πολύπλοκο εναλλάκτη. Διορθωτικοί συντελεστές για κάποιες κοινές περιπτώσεις δίνονται στα Σχήματα 5-5, 5-6, 5-7 και 5-8. Σ' αυτά τα σχήματα χρησιμοποιείται ο συμβολισμός (T, t) για τις θερμοκρασίες των δύο ρευμάτων, εφόσον δεν έχει σημασία αν το θερμό ρευστό ρέει μέσα στους σωλήνες ή μέσα στο κέλυφος.

5.4 Βαθμός Αποτελεσματικότητας Εναλλακτών (Μέθοδος NTU)

Ο υπολογισμός εναλλακτών θερμότητας με τη βοήθεια της μέσης λογαριθμικής διαφοράς θερμοκρασίας που περιγράφηκε παραπάνω, προσφέρεται όταν είναι δεδομένες οι θερμοκρασίες εισόδου και εξόδου των ρευστών στον εναλλάκτη. Όταν είναι γνωστές μόνο οι θερμοκρασίες εισόδου των ρευστών, η ανάλυση αυτή μπορεί να εφαρμοστεί μόνο στα πλαίσια μιας μεθόδου διαδοχικών προσεγγίσεων. Στην περίπτωση αυτή καταλληλότερη είναι η λεγόμενη *μέθοδος αποτελεσματικότητας* (NTU).

Η αποτελεσματικότητα του εναλλάκτη μπορεί να ορισθεί με βάση τη μέγιστη δυνατή θερμορροή που θεωρητικά θα ήταν δυνατό να υλοποιηθεί σ' έναν εναλλάκτη με αντιρροή και άπειρη επιφάνεια εναλλαγής, έτσι ώστε ένα από τα ρευστά να μπορεί να υποστεί τη μέγιστη δυνατή μεταβολή της θερμοκρασίας του. Αυτό θα συνέβαινε στο ρευστό με τον μικρότερο ρυθμό θερμοχωρητικότητας C ($C \equiv \dot{m}c$). Αυτή η μέθοδος στηρίζεται στη χρήση του όρου *αποτελεσματικότητα* (effectiveness) του εναλλάκτη

$$e \equiv \frac{\text{πραγματική μετάδοση θερμότητας}}{\text{μέγιστη δυνατή μετάδοση θερμότητας}} = \frac{q_{actual}}{q_{\max}} \qquad (5.15)$$

όπου η μέγιστη δυνατή μετάδοση θερμότητας, q_{max}, είναι αυτή που θα προέκυπτε αν στο ρευστό συνέβαινε μια θερμοκρασιακή μεταβολή ίση με τη μέγιστη θερμοκρασιακή διαφορά που μπορεί να υπάρξει – θερμοκρασία του εισερχόμενου θερμού ρευστού μείον την θερμοκρασία του εισερχόμενου ψυχρού ρευστού. Αυτή η μέθοδος αξιοποιεί το βαθμό αποτελεσματικότητας ε, έτσι ώστε να μην λάβει υπόψη την άγνωστη θερμοκρασία εξόδου και δίνει λύση για την αποτελεσματικότητα εκφρασμένη ως προς άλλες γνωστές παραμέτρους ($\dot{m}$, c, A και U). Είναι

$$q_{actual} = C_h(T_{hi} - T_{ho}) = C_c(T_{co} - T_{ci}) \qquad (5.16)$$

Αυτή η σχέση δείχνει ότι η ενέργεια που δίνει το θερμό ρευστό πηγαίνει στο ψυχρό ρευστό. Η μέγιστη δυνατή μετάδοση της θερμότητας λαμβάνει χώρα, όταν στο ρευστό με μικρότερο C συμβαίνει η μέγιστη θερμοκρασιακή μεταβολή, δηλαδή

$$q_{\max} = C_{\min}(T_{hi} - T_{ci}) \qquad (5.17)$$

Αυτή η μετάδοση θερμότητας μπορεί να επιτευχθεί σε εναλλάκτη αντιρροής άπειρης επιφάνειας. Συνδυάζοντας την (5.15) και την (5.17), παίρνουμε την βασική εξίσωση για τον υπολογισμό της μετάδοσης θερμότητας σε εναλλάκτες με άγνωστες τις θερμοκρασίες εξόδου,

$$q_{actual} = e\, C_{\min}(T_{hi} - T_{ci}) \qquad (5.18)$$

5.4.1 ΕΝΑΛΛΑΚΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ ΟΜΟΡΡΟΗΣ

Ο υπολογισμός της μέσης λογαριθμικής διαφοράς θερμοκρασίας γίνεται για έναν απλό εναλλάκτη ομορροής, όπως αυτός του Σχήματος 5-4, σύμφωνα με τις υποθέσεις που έγιναν παραπάνω. Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (5.15), (5.16) και (5.17), παίρνουμε τις παρακάτω δύο εκφράσεις για την αποτελεσματικότητα,

$$e = \frac{C_h(T_{hi}-T_{ho})}{C_{\min}(T_{hi}-T_{ci})} = \frac{C_c(T_{co}-T_{ci})}{C_{\min}(T_{hi}-T_{ci})} \tag{5.19}$$

Εφόσον, είτε το θερμό είτε το ψυχρό ρευστό μπορούν να έχουν την ελάχιστη τιμή της C, υπάρχουν δύο πιθανές τιμές της αποτελεσματικότητας,

$$\left.\begin{aligned} &C_h < C_c: \qquad e_h = \frac{T_{hi}-T_{ho}}{T_{hi}-T_{ci}} \\ &\& \\ &C_c < C_h: \qquad e_c = \frac{T_{co}-T_{ci}}{T_{hi}-T_{ci}} \end{aligned}\right\} \tag{5.20}$$

όπου οι δείκτες στην αποτελεσματικότητα, ε, δηλώνουν ποιό ρευστό έχει την ελάχιστη τιμή C.
Η σχέση (5.9) μπορεί να γραφεί με όρους C για να δώσει

$$\ln\frac{T_{ho}-T_{co}}{T_{hi}-T_{ci}} = -UA\left(\frac{1}{C_h}+\frac{1}{C_c}\right) \tag{5.21}$$

ή

$$\frac{T_{ho}-T_{co}}{T_{hi}-T_{ci}} = e^{-\frac{UA}{C_h}\left(1+\frac{C_h}{C_c}\right)} \tag{5.22}$$

Από το ισοζύγιο ενέργειας (5.16) έχουμε

$$T_{co} = T_{ci} + \frac{C_h}{C_c}(T_{ho}-T_{hi}) \tag{5.23}$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (5.22) και (5.23) με την πρώτη από τις εξισώσεις (5.20), όπου γίνεται η υπόθεση ότι το θερμότερο ρευστό έχει την μικρότερη τιμή της C, παίρνουμε

$$e_h = \frac{1-e^{-\frac{UA}{C_h}\left(1+\frac{C_h}{C_c}\right)}}{1+\frac{C_h}{C_c}} \tag{5.24}$$

Αν το ψυχρό ρευστό έχει την μικρότερη τιμή της C, τότε

$$e_c = \frac{1-e^{-\frac{UA}{C_c}\left(1+\frac{C_c}{C_h}\right)}}{1+\frac{C_c}{C_h}} \tag{5.25}$$

Οι σχέσεις (5.24) και (5.25), μπορούν να εκφραστούν ταυτόχρονα ως

$$e = \frac{1 - e^{-\frac{UA}{C_{\min}}\left(1 + \frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right)}}{1 + \frac{C_{\min}}{C_{\max}}} \tag{5.26}$$

Αυτή η σχέση δίνει την αποτελεσματικότητα για έναν εναλλάκτη ομορροής, ως συνάρτηση δύο αδιάστατων λόγων. Ένας απ' αυτούς τους αδιάστατους λόγους ($UA/C_{\min}$) καλείται *αριθμός μονάδων μεταφοράς* (number of transfer units, NTU), δηλαδή

$$\mathrm{NTU} \equiv UA/C_{\min} \tag{5.27}$$

Ο όρος NTU μπορεί να θεωρηθεί ως παράγοντας μεγέθους για έναν εναλλάκτη θερμότητας. Πρέπει να σημειωθεί ότι η σχέση (5.26) περιέχει μόνο τον ολικό συντελεστή μετάδοσης θερμότητας, την επιφάνεια του εναλλάκτη, τις ιδιότητες και τις παροχές των ρευστών. Οι σχέσεις της αποτελεσματικότητας για διάφορες περιπτώσεις δίνονται στον Πίνακα 5-2, όπου $C \equiv C_{\min}/C_{\max}$. Είναι απαραίτητο να σημειώσουμε ότι για έναν εξατμιστή ή συμπυκνωτή, $C = 0$, επειδή ένα από τα ρευστά παραμένει σε σταθερή θερμοκρασία, κάνοντας έτσι την ειδική θερμότητα του άπειρη.

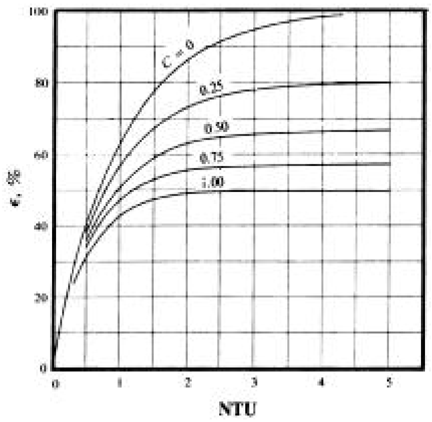
Συμπερασματικά, η μέθοδος υπολογισμού με βάση τη μέση λογαριθμική διαφορά είναι κατάλληλη, όταν οι θερμοκρασίες εισόδου και εξόδου των ρευστών είναι γνωστές και ζητούνται το είδος του εναλλάκτη και η απαιτούμενη επιφάνεια εναλλαγής. Η μέθοδος NTU προσφέρεται όταν ο τύπος και το μέγεθος του εναλλάκτη είναι δεδομένα και στόχος είναι ο υπολογισμός της θερμορροής και των θερμοκρασιών εξόδου.

Πίνακας 5-2

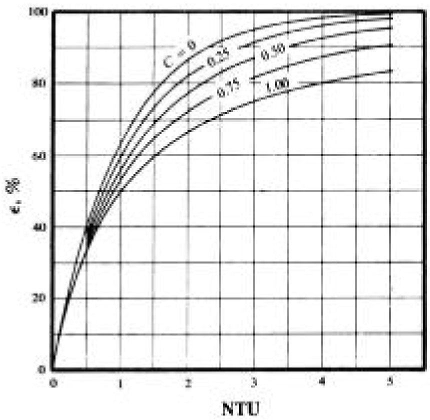
Τύπος Εναλλάκτη	**Βαθμός Αποτελεσματικότητας**	**Αντίστοιχο Σχήμα**
Ομορροής και μονής διαδρομής	$e = \dfrac{1 - \exp[-\mathrm{NTU}(1+C)]}{1+C}$	Σχήμα 5-9
Αντιρροής και μονής διαδρομής	$e = \dfrac{1 - \exp[-\mathrm{NTU}(1-C)]}{1 - C\exp[-\mathrm{NTU}(1-C)]}$	Σχήμα 5-10
Αυλών-κελύφους μια διαδρομή στο κέλυφος και 2, 4, 6, κλπ. διαδρομές στους αυλούς	$e_1 = 2\left[1 + C + \dfrac{1+\exp[-\mathrm{NTU}(1+C^2)^{1/2}]}{1-\exp[-\mathrm{NTU}(1+C^2)^{1/2}]}(1+C^2)^{1/2}\right]^{-1}$	Σχήμα 5-11

Πίνακας 5-2 (συνέχεια)

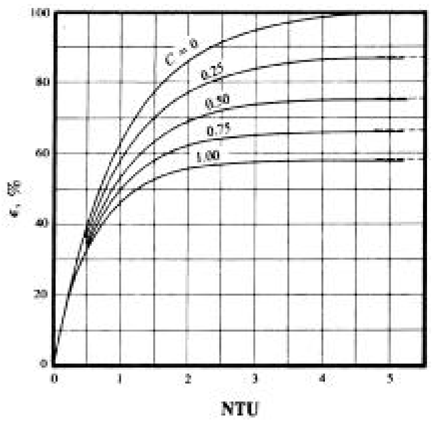
Τύπος Εναλλάκτη	Βαθμός Αποτελεσματικότητας	Αντίστοιχο Σχήμα
Αυλών-κελύφους n διαδρομές στο κέλυφος και 2n, 4n, 6n, κλπ. διαδρομές στους αυλούς	$e_n = \left[\left(\frac{1-e_1 C}{1-e_1}\right)^n - 1\right]\left[\left(\frac{1-e_1 C}{1-e_1}\right)^n - C\right]^{-1}$	Σχήμα 5-12 για n = 2
Σταυρωτής ροής (χωρίς ανάμιξη ρευμάτων)	$e \approx 1 - \exp\{C(\mathrm{NTU})^{0.22}[\exp[-C(\mathrm{NTU})^{0.78}] - 1]\}$	Σχήμα 5-13
Σταυρωτής ροής (με ανάμιξη και των δύο ρευμάτων)	$e = \mathrm{NTU}\left[\frac{\mathrm{NTU}}{1-\exp(-\mathrm{NTU})} + \frac{(\mathrm{NTU})(C)}{1-\exp[-(\mathrm{NTU})(C)]} - 1\right]^{-1}$	-----------
Σταυρωτής ροής (χωρίς ανάμιξη στο ρεύμα με C_{min})	$e = C\{1 - \exp[-C[1 - \exp(-\mathrm{NTU})]]\}$	Σχήμα 5-14 (διακεκομμένες γραμμές)
Σταυρωτής ροής (χωρίς ανάμιξη στο ρεύμα με C_{max})	$e = 1 - \exp\{-C[1 - \exp(-\mathrm{NTU})(C)]]\}$	Σχήμα 5-14 (συνεχείς γραμμές)



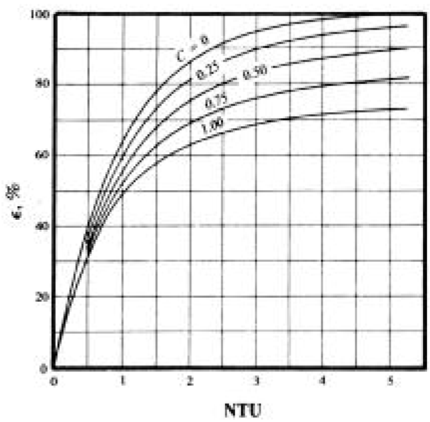
Σχήμα 5-9. NTU ως προς ε για εναλλάκτη ομορροής και μονής διαδρομής



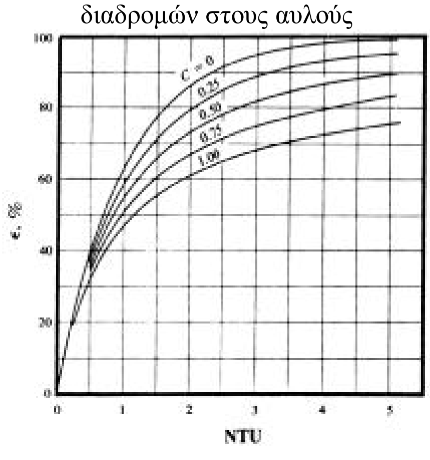
Σχήμα 5-10. NTU ως προς ε για εναλλάκτη αντιρροής και μονής διαδρομής



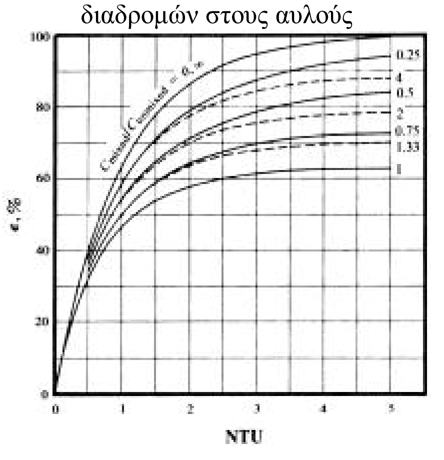
Σχήμα 5-11. NTU ως προς ε για εναλλάκτη αυλών-κελύφους μίας διαδρομής στο κέλυφος και 2, 4, 6, κλπ. διαδρομών στους αυλούς



Σχήμα 5-12. NTU ως προς ε για εναλλάκτη αυλών-κελύφους n διαδρομών στο κέλυφος και 2n, 4n, 6n, κλπ. διαδρομών στους αυλούς



Σχήμα 5-13. NTU ως προς ε για εναλλάκτη σταυρωτής ροής χωρίς ανάμιξη των ρευμάτων



Σχήμα 5-14. NTU ως προς ε για εναλλάκτη σταυρωτής ροής (συνεχείς γραμμές: χωρίς ανάμιξη στο ρεύμα με C_{max} και διακεκομμένες γραμμές: χωρίς ανάμιξη στο ρεύμα με C_{min})

5.5 Συντελεστές Ρύπανσης

Η απόδοση των εναλλακτών θερμότητας, όπως υπολογίστηκε παραπάνω προϋποθέτει ότι οι επιφάνειες εναλλαγής θερμότητας, είναι καθαρές, χωρίς αποθέσεις και σκουριά. Όταν υπάρχουν επιφανειακές αποθέσεις, τότε η θερμική αντίσταση αυξάνει, με αποτέλεσμα να ελαττώνεται η απόδοση. Αυτή η επιπρόσθετη αντίσταση, συχνά εκφράζεται με τη μορφή κάποιου *συντελεστή ρύπανσης* (fouling factor) R_f, ο οποίος πρέπει να συμπεριλαμβάνεται μαζί με τις άλλες θερμικές αντιστάσεις, στον υπολογισμό του ολικού συντελεστή μετάδοσης θερμότητας.

Οι συντελεστές ρύπανσης υπολογίζονται πειραματικά, δοκιμάζοντας τον εναλλάκτη κάτω από διάφορες συνθήκες (καθαρές επιφάνειες και επιφάνειες με αποθέσεις) και ορίζονται από την σχέση (5.28), ενώ μερικές τυπικές τιμές του συντελεστή δίνονται στον Πίνακα 5-3 παρακάτω.

$$R_f \equiv \frac{1}{U_{dirty}} - \frac{1}{U_{clean}} \tag{5.28}$$

Πίνακας 5-3

Ρευστό	**R_f**	
	$hr \times ft^2 \times {}^0F$ / Btu	**$m^2 \times K$ / W**
Νερό θαλάσσης (< 52^0C, 125^0F)	0.0005	0.00009
Νερό θαλάσσης (> 52^0C, 125^0F)	0.001	0.0002
Επεξεργασμένο νερό πλήρωσης βραστήρα (> 52^0C, 125^0F)	0.001	0.0002
Ορυκτέλαιο	0.005	0.0009
Λάδι βαφής (ψύξης)	0.004	0.0007
Ατμοί αλκοολών	0.0005	0.00009
Ατμός	0.0005	0.00009
Βιομηχανικός αέρας	0.002	0.0004
Ψυκτικό Υγρό	0.001	0.0002

5.6 Παραδείγματα

Παράδειγμα 5-1: Ζεστό λάδι χρησιμοποιείται για την θέρμανση νερού, με παροχή 0.1kg/s, από τους 40^0C στους 80^0C σε εναλλάκτη αντιρροής διπλού σωλήνα. Αν ο ολικός συντελεστής μετάδοσης θερμότητας είναι 300 W/m^2·K, υπολογίστε την επιφάνεια του εναλλάκτη, θεωρώντας ότι το λάδι εισέρχεται με θερμοκρασία 105^0C και εξέρχεται με θερμοκρασία 70^0C. Η ειδική θερμότητα του νερού είναι 4181 J/kg·K.

Λύση: Η θερμότητα που παίρνει το νερό, δίνεται από την εξίσωση

$$q = \dot{m}_w c_w (T_{wo} - T_{wi}) \ .$$

Αντικαθιστώντας τις δεδομένες τιμές, παίρνουμε

$$q = \dot{m}_w c_w (T_{wo} - T_{wi}) = 0.1 \cdot 4181(80 - 40) = 1.67 \cdot 10^4 \, \mathrm{W} \ .$$

Χρησιμοποιώντας την σχέση (5.12), όπου

$$\Delta T_2 = 70 - 40 = 30\mathrm{K} \ \text{ και } \ \Delta T_1 = 105 - 80 = 25\mathrm{K}$$

παίρνουμε

$$A = \frac{q}{U} \frac{\ln(\Delta T_2 - \Delta T_1)}{\Delta T_2 - \Delta T_1} = \frac{1.67 \cdot 10^4}{300} \cdot \frac{\ln(30/25)}{(30-25)} = 2.03 \, \mathrm{m}^2 \ .$$

Παράδειγμα 5-2: Ποία θα ήταν η απαιτούμενη επιφάνεια για τις συνθήκες του προβλήματος 5-1, αν ο εναλλάκτης διπλού σωλήνα αντικαθιστούταν από εναλλάκτη αυλών-κελύφους; Το νερό εκτελεί μία διαδρομή στο κέλυφος και το λάδι δύο διαδρομές στους αυλούς.

Λύση: Θεωρώντας ότι ο ολικός συντελεστής μετάδοσης θερμότητας είναι και πάλι 300 W/m^2·K, πρέπει να βρούμε τον διορθωτικό συντελεστή *F*, από το Σχήμα 5-5 για να τον χρησιμοποιήσουμε στην εξίσωση (5-14). Οι θερμοκρασίες που θα χρησιμοποιήσουμε για το σχήμα είναι:

$T_i = 40^0$C, $T_o = 80^0$C, $t_i = 105^0$C, $t_o = 70^0$C

Με βάση τις θερμοκρασίες, υπολογίζουμε τους αδιάστατους λόγους

$$P = \frac{t_o - t_i}{T_i - t_i} = \frac{70 - 105}{40 - 105} = 0.54 \ \& \ Z = \frac{T_i - T_o}{t_o - t_i} = \frac{40 - 80}{70 - 105} = 1.18 \ .$$

οι οποίοι δίνουν διορθωτικό συντελεστή $F \approx 0.6$, οπότε από την (5-14) έχουμε

$$q = UAF\Delta T_{lm} \Leftrightarrow A = \frac{q}{UF\Delta T_{lm}} = \frac{q \ln(\Delta T_2 / \Delta T_1)}{UF(\Delta T_2 - \Delta T_1)} \approx \frac{2.03}{0.6} = 3.38 \, \mathrm{m}^2 \ .$$

Παράδειγμα 5-3: Για ποια τιμή της $\Delta T_2 / \Delta T_1$, η μέση αριθμητική θερμοκρασιακή διαφορά είναι 5% μεγαλύτερη από την μέση λογαριθμική θερμοκρασιακή διαφορά, ΔT_{lm}; Μέση αριθμητική θερμοκρασιακή διαφορά ορίζεται ως

$$\overline{\Delta T}_{am} \equiv (\Delta T_2 + \Delta T_1)/2$$

Λύση: Έχουμε,

$$\frac{\overline{\Delta T}_{am}}{\Delta T_{lm}} = \frac{1/2(\Delta T_2 + \Delta T_1)}{(\Delta T_2 - \Delta T_1)/\ln(\Delta T_2 / \Delta T_1)} = \frac{1}{2} \frac{(\Delta T_2 / \Delta T_1) + 1}{(\Delta T_2 / \Delta T_1) - 1} \ln(\Delta T_2 / \Delta T_1)$$

Για

$$\frac{\overline{\Delta T}_{am}}{\Delta T_{lm}} = 1.05$$

προκύπτει ότι

$$\frac{(\Delta T_2 / \Delta T_1) + 1}{(\Delta T_2 / \Delta T_1) - 1} \ln(\Delta T_2 / \Delta T_1) = 2.10$$

Λύνοντας με δοκιμή και σφάλμα, παίρνουμε

$$\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = 2.2 \,.$$

Μπορεί να αποδειχτεί αναλυτικά ότι ο λόγος $\overline{\Delta T}_{am} / \Delta T_{lm}$ είναι μια αυστηρά αύξουσα συνάρτηση για $\Delta T_2 / \Delta T_1 \geq 1$. Συνεπώς, η μέση αριθμητική θερμοκρασιακή διαφορά δίνει αποτελέσματα μέσα στα όρια του 5%, όταν οι τελικές θερμοκρασίες δεν μεταβάλλονται περισσότερο από ένα παράγοντα 2.2.

Παράδειγμα 5-4: Ένας καινούριος εναλλάκτης μεταδίδει 10% περισσότερη θερμότητα σε σχέση μ' αυτή μετά από 6 μήνες λειτουργίας. Υποθέτοντας ότι λειτουργεί μεταξύ της ίδιας θερμοκρασιακής διαφοράς και ότι η απόθεση ακαθαρσιών δεν αλλάζει την επιφάνεια μετάδοσης της θερμότητας, υπολογίστε τον συντελεστή ρύπανσης με όρους ολικού συντελεστή μετάδοσης της θερμότητας (χωρίς αποθέσεις).

Λύση: Ο λόγος μετάδοσης της θερμότητας μπορεί να γραφτεί ως

$$\frac{q_{clean}}{q_{dirty}} = \frac{U_{clean} A \overline{\Delta T}}{U_{dirty} A \overline{\Delta T}} = 1.10$$

ή

$$U_{dirty} = \frac{U_{clean}}{1.10}$$

Αντικαθιστώντας στην (5.28), παίρνουμε

$$R_f \equiv \frac{1}{U_{dirty}} - \frac{1}{U_{clean}} = \frac{1.10}{U_{clean}} - \frac{1}{U_{clean}} = \frac{0.10}{U_{clean}}$$